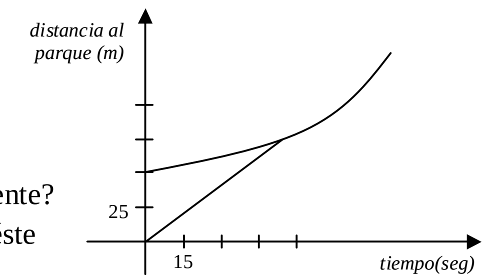
MATEMÁTICA – CPU
Práctica 2
FUNCIONES
FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS

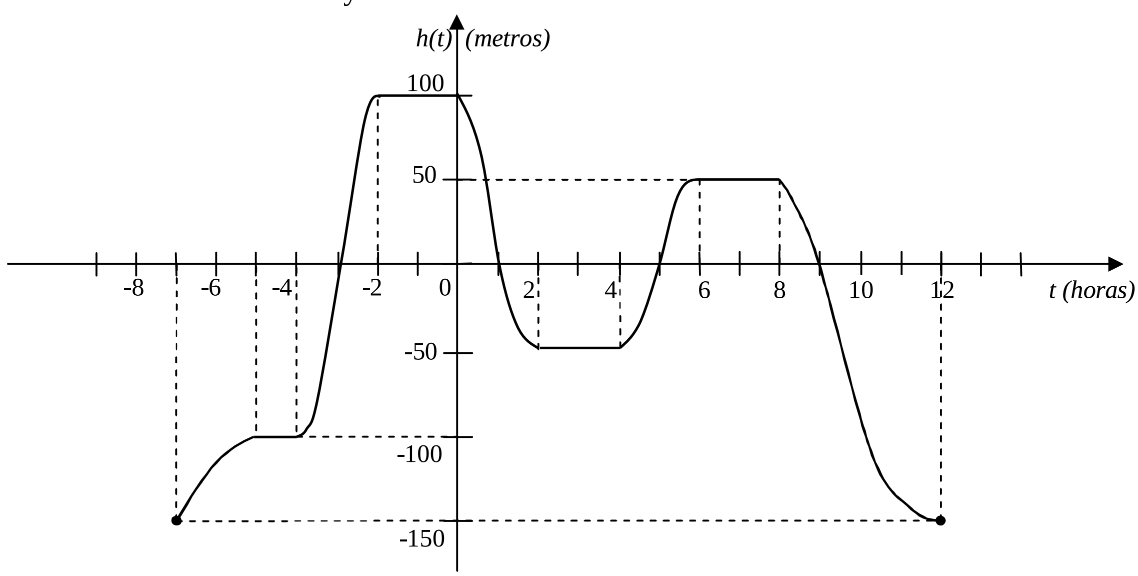
I. FUNCIONES



1. Damiana, al irse del parque olvidó de subir a su perro Vicente en la parte trasera de su camioneta. Los gráficos hacen referencia al movimiento de la camioneta y de Vicente, que corre para alcanzarla.

- **a)** ¿Cuál es el gráfico que representa el recorrido de Vicente?
- **b)** ¿A qué distancia estaba Damiana de Vicente cuando éste comenzó a correr?
- **c)** Vicente, ¿alcanza a subir a la camioneta?
  En caso afirmativo, ¿cuánto tiempo y cuántos metros aproximadamente corrió?
- **d)** Inventar un gráfico en el que Vicente se vaya cansando y no logre llegar a la camioneta.

2. En la serie *Viaje al fondo del mar* aparece como una estrella el *Sea-View*, un súper submarino nuclear que en su interior lleva otro submarino muy pequeño llamado *Aerosub*. Éste utiliza como base al submarino estrella y además de transitar bajo el agua, es capaz de volar.
Durante una misión de investigación, la tripulación del *Sea-View* siguió los desplazamientos del pequeño submarino. El gráfico que aparece a continuación muestra la altura h (en metros sobre el nivel del mar) a la que se encuentra el *Aerosub* en función del tiempo t (en horas). Donde $t = 0$ representa la cero hora del 3 de mayo de 1963.



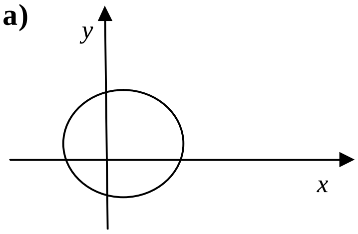
- **a)** ¿Qué día y a qué hora partió el *Aerosub* del *Sea-View*?
- **b)** ¿A qué profundidad se encontraba?
- **c)** ¿A qué altura se encontraba entre las 19 y 20 horas del 2 de mayo?
- **d)** ¿Desde qué hora y día hasta qué hora y día duró la misión?
- **e)** ¿Entre qué valores varió la altura del *Aerosub*?
- **f)** ¿Cuándo estuvo sobre el nivel del mar?
- **g)** ¿En qué momentos estuvo al nivel del mar?
- **h)** ¿En qué intervalos de tiempo estuvo ascendiendo?

i) ¿Cuánto tiempo pasaron los tripulantes estudiando un banco de coral que se encuentra a 50 metros de profundidad? ¿Entre que horas sucedió?

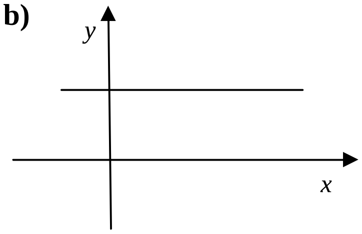
j) Las respuestas a las preguntas **d)**, **e)**, **f)**, **g)** y **h)**,¿qué representan de la función *h*? *(Por ejemplo: imagen, dominio, conjunto de positividad, etc.)* Explicitar cada uno de ellos.

3. ¿Cuáles de los siguientes gráficos corresponden a una función?

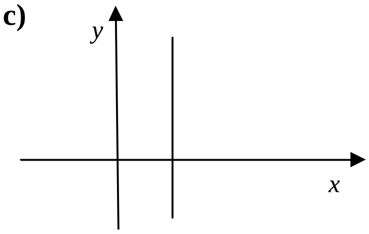
a)



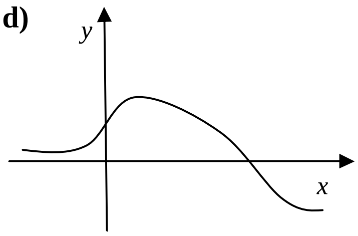
b)



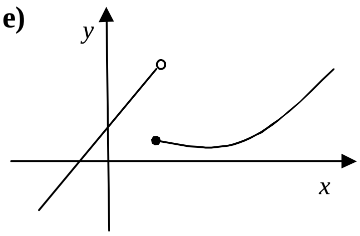
c)



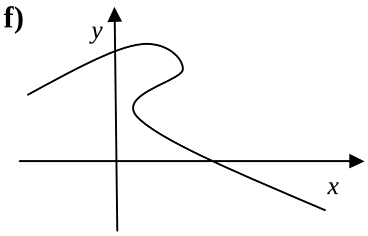
d)



e)



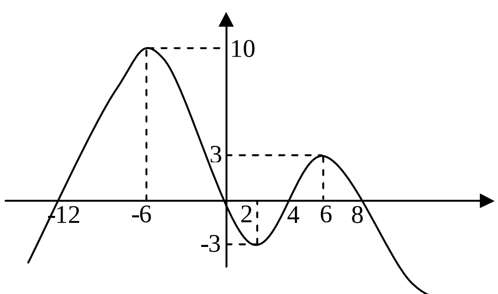
f)



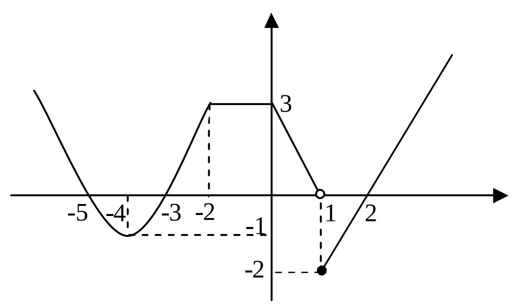
4. En cada caso, está representado el gráfico de una función $f : R \to R$, determinar:

- ceros, $C^0 = \{x \in Domf \ / \ f(x) = 0\}$,
- conjunto de positividad, $C^+ = \{x \in Domf \ / \ f(x) > 0\}$,
- conjunto de negatividad, $C^- = \{x \in Domf \ / \ f(x) < 0\}$,
- intervalos de crecimiento,
- intervalos de decrecimiento,
- imagen de *f*.

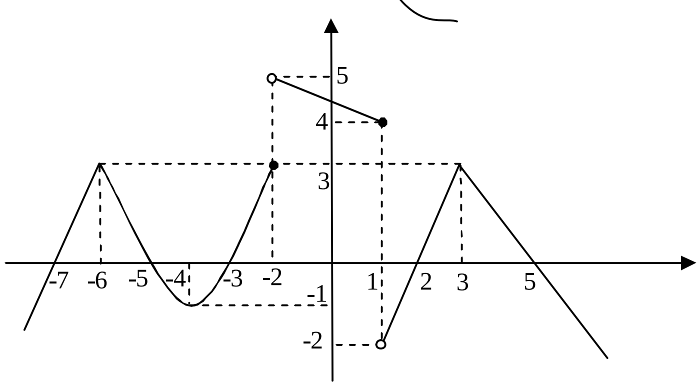
a)



b)



c)



Observando el gráfico **c)** calcular $f(-4)$, $f(-3)$, $f(-2)$, $f(0)$ y $f(1)$.

5. Sea $f(x)=\dfrac{2x-6}{x-1}$.

a) Calcular, si es posible $f(2)$, $f(3)$, $f(0)$, $f(-1)$ y $f(1)$.

b) En cada caso, encontrar, si existe, x tal que:

i. $f(x)=1$ **ii.** $f(x)=0$ **iii.** $f(x)=2$ **iv.** $f(x)=3$

c) Marcar cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos (V) y cuáles falsos (F):

☐ $2\in Domf$	☐ $1\in Domf$	☐ $1\notin Domf$	☐ $-1\notin Domf$
☐ $0\in Im(f)$	☐ $2\in Im(f)$	☐ $1\notin Im(f)$	☐ $3\notin Imf$

d) ¿Cuáles son los puntos de corte del gráfico de *f* con los ejes coordenados?

e) Hallar h y k para que los puntos $(2,h)$ y $(k,1)$ pertenezcan al gráfico de *f*.

6. Para cada una de las siguientes funciones calcular su dominio y, si existen, los puntos de intersección con los ejes.

a) $f(x)=3x-1$ **b)** $f(x)=\dfrac{3}{-2x^2+8}$ **c)** $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+1}$

d) $f(x)=\sqrt{2x+4}$ **e)** $f(x)=\dfrac{x+5}{\sqrt{-3x+9}}$

II. FUNCIÓN LINEAL

7. En cada caso, hallar la función lineal *f* que cumpla lo pedido, hacer el gráfico correspondiente y encontrar la pendiente de la recta determinada por el gráfico de *f*.

a) $f(0)=3$ y $f(-1)=4$ **b)** $f(-2)=4$ y $f(1)=-2$ **c)** $f(-2)=7$ y $f(3)=7$

d) $f(1)=0$ y el punto $(2,-3)$ pertenece al gráfico de *f*.

8. Sea la recta r de ecuación $y=2x-3$.

a) Hallar tres puntos de r.

b) ¿$(5,7)\in r$? ¿$(-2,1)\in r$?

c) Encontrar k para que:

i. $(-4,k)\in r$ **ii.** $(k,2)\in r$ iii. $(k-1,3k)\in r$

d) Hallar los puntos de corte de la recta r con los ejes coordenados.

9. Calcular la pendiente y la ordenada al origen de las siguientes rectas.

a) $y=2x-3$ **b)** $x=4y+2$ **c)** $3x=2y$ **d)** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=1$ **e)** $y=5$

10. En cada caso, dar la ecuación de la recta que verifica lo pedido.

a) Pasa por los puntos (1,2) y (-1,3).

b) Pasa por el (2,1/2) y es paralela a $y=2x+5$.

c) Es perpendicular a $y=\dfrac{2}{3}x-2$ y pasa por el (-2,-1).

d) Es horizontal y pasa por (2,-5).

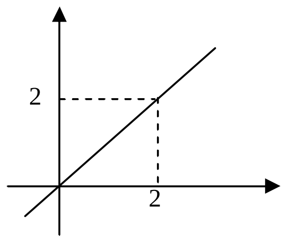
e) Es vertical y pasa por el punto (2,-3).

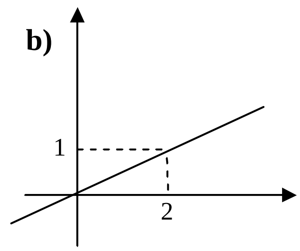
f) Es perpendicular a la recta $y=5$ y pasa por el punto (3,8).

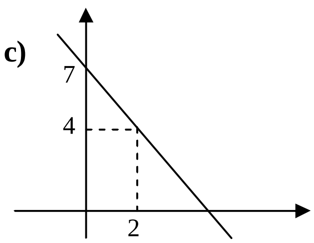
11. Probar analíticamente que el triángulos cuyos vértices son $A = (1,4)$, $B = (0,2)$ y $C = (2,1)$ es rectángulo en B.

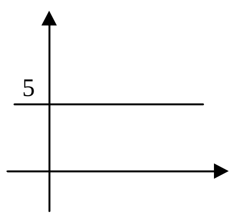
12. Dados los puntos $A = (3,-1)$, $B = (3,2)$ y $C = (-1,5)$, hallar gráfica y analíticamente la ecuación de la recta que contiene a la altura del triángulo ABC que pasa por A. *(Recordar: Una altura de un triángulo es el segmento perpendicular a la recta que contiene a un lado, que pasa por el vértice opuesto)*

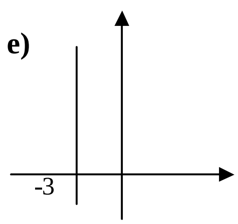
13. Hallar la ecuación de la recta representada en cada gráfico.

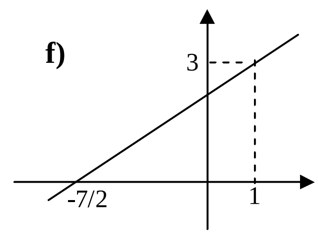
a)


b)


c)


d)


e)


f)


14. Hallar k para que los puntos $(-2,3)$, $(0,-1)$ y $(2, k-3)$ estén alineados.

15. Graficar y hallar ceros, conjuntos de positividad y de negatividad, intervalos de crecimiento y decrecimiento e imagen de las siguiente funciones.

a) $f : R \to R$ dada por $f(x) = 2x - 4$

b) $f : (-2,3) \to R$ dada por $f(x) = 2x - 4$

c) $f : [-3,2) \to R$ dada por $f(x) = 2x - 4$

d) $f : R \to R$ dada por $f(x) = 3$

e) $f : R \to R$ dada por $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 2 \\ -x + 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

f) $f : R \to R$ dada por $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < -1 \\ -2x + 1 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

g) $f : R \to R$ dada por $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x \in (-1,3) \\ x & \text{si } x \notin (-1,3) \end{cases}$

16. ¿Cuál debe ser el dominio de $f(x) = 2x + 1$ para que su imagen sea el intervalo $[\,0\,;4\,)$?

17. Hallar analítica y gráficamente la intersección entre los siguientes pares de rectas.

a) $r : y = x - 1$, $r' : y = -x + 2$

b) $r : x + 2y = -1$, $r' : 2x - 3y = -9$

c) $r : y = -3x + 4$, $r' : y = -2$

d) $r : y = 5x - 4$, $r' : x = 2$

e) $r : 2x - y = 3$, $r' : -4x + 2y = -7$

f) $r : y = 3x - 2$, $r' : 6x - 2y = 4$

18. Proponer un sistema que describa la situación planteada y resolverlo.

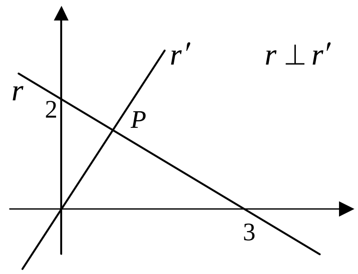
a) Las entradas para un espectáculo se vendieron a \$40 la platea y \$27,5 los palcos. Calcular cuántas entradas de cada tipo se vendieron si asistieron 800 personas y los ingresos fueron de \$27625.

b) El perímetro de un triángulo isósceles es 18,6cm. Si el lado desigual se aumenta en 3 cm, el triángulo obtenido es equilátero ¿Cuál es la longitud de cada lado del triángulo isósceles?

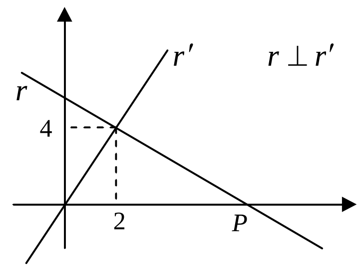
c) La suma de los dígitos de un número de dos cifras es 9. Si se permuta el orden de los dígitos se obtiene el número aumentado en 45 unidades. ¿Cuál es el número?

19. En cada caso, hallar las coordenadas del punto *P*.

a)



b)



20. En cada caso, dibujar los gráficos de las funciones lineales *f* y *g*. Representar sobre el eje *x* el conjunto $\{\, x \in R \,/\, f(x) \geq g(x) \}$ y escribirlo como un intervalo.

a) $f(x) = 3x + 2$ y $g(x) = -5$ **b)** $f(x) = -2x + 1$ y $g(x) = x + 5/2$

21. Martina se fue de vacaciones con unos amigos y desean alquilar un auto por 10 días. Disponen de dos opciones:

- *A*: 120 pesos por día.
- *B*: 60 pesos por día más un recargo de 1,5 pesos por km recorrido.

a) Si llamamos $A(x)$ y $B(x)$, respectivamente, a las funciones de gasto respecto a los km recorridos al cabo de los 10 días, hallar sus expresiones y realizar un gráfico que represente cada opción.

b) ¿Cuántos km deberían recorrer para que el gasto fuera el mismo con cualquiera de las opciones?

c) ¿Cuál opción les convendrá elegir si piensan recorre alrededor de 500km?

22. Una escultura de un cierto artista plástico, comprada hoy cuesta \$3500 y se sabe que aumenta su valor linealmente con el tiempo, de modo tal que, después de 10 años valdrá \$5600. Otra escultura del mismo artista, hoy se vende a \$4000 y se estima que dentro de 15 años valdrá \$6400.

a) Escribir la fórmula del valor *V* para cada una de las esculturas en función del tiempo ($V_1(t)$ y $V_2(t)$).

b) Determinar cuál de las dos esculturas aumenta su valor más rápidamente.

c) ¿En qué momento el valor de las piezas será el mismo y cuál será dicho valor?

23. a) Dar una ecuación de una recta que pase por el punto (-3,1) y que **no** se interseque con la recta de ecuación $x+3y = 4$.

b) Hallar las ecuaciones de dos rectas perpendiculares que se intersequen en el punto (1,2).

c) Encontrar la ecuación de la recta paralela a la recta *r*: $y = 3$, que pasa por el punto de intersección de las rectas $y = -2/3\, x + 3$ e $y = 1/3\, x - 9$.

III. FUNCIÓN CUADRÁTICA

24. En cada caso graficar la función cuadrática *f*, especificando coordenadas del vértice, eje de simetría y concavidad de la parábola que representa y hallar imagen, ceros, conjuntos de positividad y negatividad e intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f*.

a) $f(x) = x^2 - 4$ **b)** $f(x) = -x^2 + 3$ **c)** $f(x) = 2(x+1)^2 - 8$

d) $f(x) = -2(x+1)(x-3)$ **e)** $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ **f)** $f(x) = x^2 + 2x + 3$

25. Dar la ecuación de una función cuadrática *f* que verifique lo pedido:

a) Sus raíces sean –1 y 5 y el punto (0,10) esté en el gráfico de *f*.

b) Su vértice sea el punto (-1,2) y $f(0)=1$.

c) No tenga raíces reales y el gráfico de *f* pase por el punto (1,4).

d) Sus raíces sean –3 y 1 y su imagen sea el conjunto $[-2,+\infty)$.

e) El eje de simetría sea la recta $x=4$ y los puntos (2,0) y (3,9) están en el gráfico de *f*.

f) $C^{+}=(-4,0)$ e $\operatorname{Im} f=(-\infty,5]$.

g) El intervalo de decrecimiento de *f* es $(-\infty,2)$, su gráfico pasa por el origen e $Im\ f=[-8,+\infty)$.

26. Dada la función cuadrática $f(x)=x^2-x-2$,

a) determinar $D=\{\, x\in R/\ f(x)=4\}$.

b) Observando el gráfico de *f* y al conjunto *D*, escribir como un intervalo o unión de intervalos a los conjuntos $E=\{\, x\in R/\ f(x)\le 4\}$ y $F=\{\, x\in R/\ 0\le f(x)<4\}$.

27. a) Calcular los puntos de intersección de los gráficos de las siguientes funciones y graficar.

i. $f(x)=x^2-x-2$ $\qquad g(x)=-2x-2$

ii. $f(x)=\dfrac{1}{2}x-x^2+\dfrac{1}{2}$ $\qquad g(x)=\dfrac{5}{2}-\dfrac{3}{2}x$

iii. $f(x)=(x+1)^2-2x$ $\qquad g(x)=2x$

iv. $f(x)=x^2-4$ $\qquad g(x)=-x^2+x-3$

v. $f(x)=-2x^2+8$ $\qquad g(x)=-x^2+4$

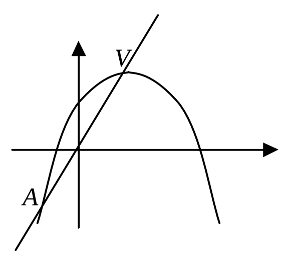
vi. $f(x)=x^2-3$ $\qquad g(x)=x^2+x-2$

b) Observando el gráfico en cada caso, hallar el conjunto $\{\, x\in R/\ f(x)\le g(x)\}$.

c) Para el caso **i.** encontrar la ecuación de una recta, paralela al gráfico de *g* y que no corte a la parábola.

28. a) Hallar las coordenadas del punto *A*, sabiendo que la parábola es el gráfico de $f(x)=-x^2+8x+4$ y el punto *V* es el vértice de la parábola.

b) Hallar los valores de *x* para los cuales el gráfico de la parábola está por encima del de la recta.



29. Al producir un cantidad *x* (*en miles de toneladas*) de cierto producto agropecuario se llegó a la conclusión que, de acuerdo al lugar donde viven y los diferentes gastos que tienen, dos productores reciben ganancias mensuales (*en miles de pesos*) determinadas por las siguientes funciones:

$$G_1(x)=-(x-7)^2+8 \quad \text{y} \quad G_2(x)=2x-6.$$

a) Graficar ambas funciones y decidir cuántas toneladas deben producir ambos productores para obtener la misma ganancia.

b) Si los dos producen aproximadamente la misma cantidad de toneladas mensuales, ¿para qué cantidades tiene más ganancia el primer productor?

30. Dada la parábola $y=ax^2+2x+3$

a) Hallar el valor de *a* si se sabe que el eje de simetría es la recta $x=1$.

b) Para el valor hallado en **a)** graficar la parábola indicando concavidad, vértice y puntos de intersección con los ejes.

c) Hallar $A=\{\, x\in R/\ y>3\}$.

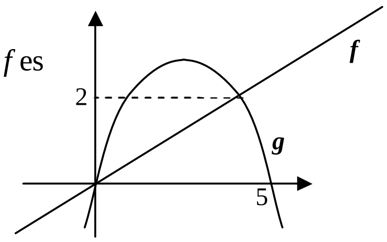
31. Sea $f(x)=-\frac{5}{2}x+5$.

a) Hallar una función cuadrática g que cumpla:

- el conjunto de positividad de f es igual al intervalo de crecimiento de g,
- los gráficos de f y g cortan al eje y en el mismo punto,
- $Im\, g=(-\infty,9]$.

b) Hallar el conjunto de negatividad de g.

32. Teniendo en cuenta el dibujo y sabiendo que el gráfico de f es una recta paralela a la recta de ecuación $x-2y=8$,



a) hallar la función lineal f y el conjunto de los x tal que $f(x)>g(x)$.

b) Determinar la función cuadrática g.

33. Sea la parábola $y=x^2-4x+b$.

a) Hallar $b\in R$ para que la parábola pase por el punto $(2-\sqrt{3},\ 0)$.

b) Para el valor de b hallado en **a)**, determinar la ecuación de la recta que pasa por el vértice de la parábola y es perpendicular a la recta $x+2y=3$.

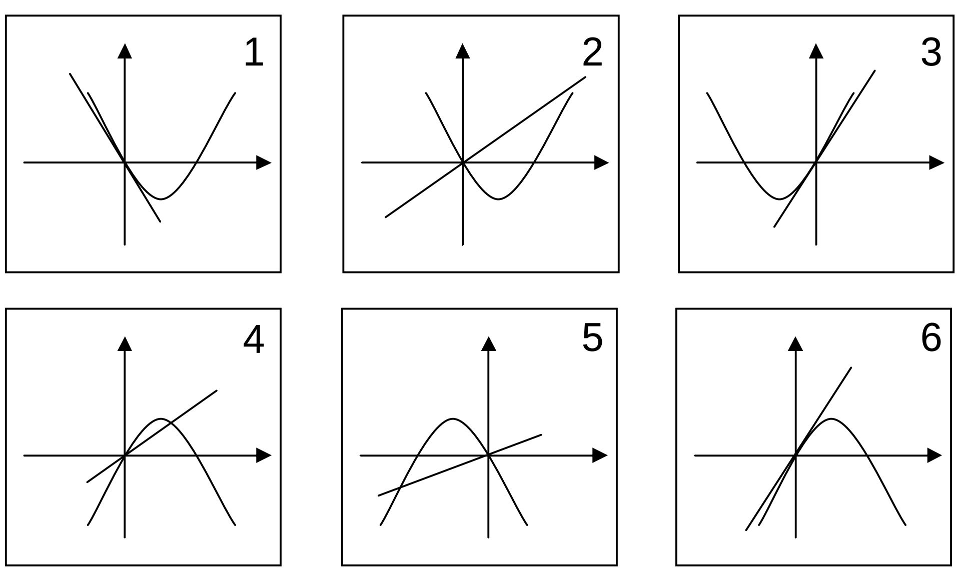
34. Graficar las siguientes funciones y encontrar los conjuntos C^0, C^+, C^- e $Im(f)$.

a) $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & \text{si } x\le 0 \\ -x+2 & \text{si } x>0 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} 5 & \text{si } x<2 \\ -x^2+4 & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$

35. Hallar $a, b\in \boldsymbol{R}$ para que la imagen de $f(x)=\begin{cases} -(x+1)^2+a & \text{si } x<1 \\ 4x+b & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$ sea $(-\infty;2]\cup[5;+\infty)$.

36. Los sistemas $S_1:\begin{cases} y=ax^2-bx \\ y=bx \end{cases}$ y $S_2:\begin{cases} y=-ax^2+bx \\ y=bx \end{cases}$, con a y b **positivos**, están representados en alguno de los gráficos siguientes. ¿Cuál corresponde a cada uno?



37. En cada caso, hallar dominio de f y los puntos de corte del gráfico de f con los ejes.

a) $f(x)=2-\sqrt{6-x-x^2}$ **b)** $f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{2x-1}$ **c)** $f(x)=\sqrt{x^2-4}+\dfrac{2}{\sqrt{1-x}}$

38. Sea $f(x)=\dfrac{2x-10}{1+\sqrt{x^2+x-12}}$.

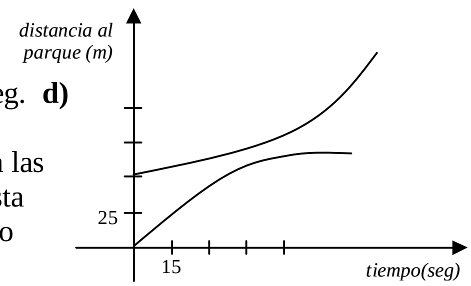
a) Hallar su dominio.
b) Determinar el conjunto de todos los valores de $x\in Domf$ para los cuales resulta $f(x)\le 0$.

39. Dada $f(x)=\begin{cases} x^2+x-2 & \text{si } x<0 \\ -x-2 & \text{si } x\ge 0\end{cases}$, se pide:

a) Realizar un gráfico aproximado de f y hallar los puntos de intersección con los ejes coordenados.
b) Determinar el conjunto de todos los valores de x para los cuales resulta $f(x)\ge 1$.

Respuestas

1. a) El segmento de recta. **b)** 50m **c)** Sí, recorrió aprox. 75m en 55 seg. **d)**



2. a) 17h del 2 de mayo. **b)** 150m bajo el nivel del mar.
c) 100m bajo el nivel del mar. **d)** Desde las 17h del 2 de mayo hasta las 12 del 3 de mayo. **e)** Entre 150m por debajo del nivel del mar hasta 100m por encima del nivel del mar. **f)** Entre las 21h del 2 de mayo hasta las la 1 del 3 de mayo y entre las 5 y las 9 del 3 de mayo.
g) A las 21h del 2 de mayo y a la 1, 5 y 9 del 3 de mayo. **h)** Entre las 17 y las 19, entre las y las 22 del 2 de mayo y entre las 4 y las 6 del 3 de mayo. **i)** 2 horas, entre las 2 y las 4 de las 3 de mayo.
j) d) Dominio de $f=[-7,12]$ **e)** Imagen de $f=[-150,100]$ **f)** Ceros de $f=\{-3,1,5,9\}$
g) Positividad de $f=(-3,1)\cup(5,9)$
h) Intervalos de crecimiento estricto de f: $(-7,-5)$, $(-4,-2)$ y $(4,6)$.

3. a) No. **b)** Sí. **c)** No. **d)** Sí. **e)** Sí. **f)** No.

4. a) $C^0=\{-12,0,4,8\}$, $C^+=(-12,0)\cup(4,8)$, $C^-=(-\infty,-12)\cup(0,4)\cup(8,+\infty)$,
crece en $(-\infty,-6)$ y en $(2,6)$, decrece en $(-6,2)$ y en $(6,+\infty)$, $Im(f)=(-\infty,10]$.
b) $C^0=\{-5,-3,2\}$, $C^+=(-\infty,-5)\cup(-3,1)\cup(2,+\infty)$, $C^-=(-5,-3)\cup[1,2)$,
crece en $(-4,0)$ y en $(1,+\infty)$, decrece en $(-\infty,-4)$ y en $(-2,1)$, $Im(f)=[-2,+\infty)$.
c) $C^0=\{-7,-5,-3,2,5\}$, $C^+=(-7,-5)\cup(-3,1)\cup(2,5)$, $C^-=(-\infty,-7)\cup(-5,-3)\cup(1,2)\cup(5,+\infty)$,
crece en $(-\infty,-6)$, en $(-4,-2)$ y en $(1,3)$, decrece en $(-6,-4)$, en $(-2,1)$ y en $(3,+\infty)$,
$Im(f)=(-\infty,3]\cup[4,5)$. $f(-4)=-1$, $f(-3)=0$, $f(-2)=3$, $f(0)=4{,}5$ y $f(1)=4$.

5. a) $f(2)=-2$, $f(3)=0$, $f(0)=6$, $f(-1)=4$ y no está definido $f(1)$.
b) i. $x=5$ **ii.** $x=3$ **iii.** No existe x. **iv.** $x=-3$
c)

$\boxed{V}$ $2\in Domf$	$\boxed{F}$ $1\in Domf$	$\boxed{V}$ $1\notin Domf$	$\boxed{F}$ $-1\notin Domf$
$\boxed{V}$ $0\in Im(f)$	$\boxed{F}$ $2\in Im(f)$	$\boxed{F}$ $1\notin Im(f)$	$\boxed{F}$ $3\notin Imf$

d) Punto de corte con el eje x: $(3,0)$, punto de corte con el eje y: $(0,6)$.
e) $h=-2$, $k=5$.

6. a) $Dom(f)=R$, punto de corte con el eje x: $(1/3,0)$, punto de corte con el eje y: $(0,-1)$.
b) $Dom(f)=R-\{-2,2\}$, no corta al eje x, punto de corte con el eje y: $(0,3/8)$.
c) $Dom(f)=R$, punto de corte con el eje x: $(2,0)$, punto de corte con el eje y: $(0,-2)$.
d) $Dom(f)=[-2,+\infty)$, punto de corte con el eje x: $(-2,0)$, punto de corte con el eje y: $(0,2)$.
e) $Dom(f)=(-\infty,3)$, punto de corte con el eje x: $(-5,0)$, punto de corte con el eje y: $(0,5/3)$.

7. **a)** $f(x)=-x+3$, pendiente: $m=-1$ **b)** $f(x)=-2x$, pendiente: $m=-2$

c) $f(x)=7$, pendiente: $m=0$ **d)** $f(x)=-3x+3$, pendiente: $m=-3$

8. a) Por ejemplo, $(0,-3),(1,-1)$ y $(-1,-5)$. **b)** $(5,7)\in r$ y $(-2,1)\notin r$. **c) i.** $k=-11$ **ii.** $k=5/2$ **iii.** $k=-5$

d) Punto de corte con el eje *x*: $(3/2\,,0)$, punto de corte con el eje *y*: $(0,-3)$.

9. a) pendiente: $m=2$, ord. al origen: $b=-3$. **b)** pendiente: $m=1/4$, ord. al origen: $b=-1/2$.

c) pendiente: $m=3/2$, ord. al origen: $b=0$. **d)** pendiente: $m=-3/2$, ord. al origen: $b=3$.

e) pendiente: $m=0$, ord. al origen: $b=5$.

10. a) $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ **b)** $y=2x-\frac{7}{2}$ **c)** $y=-\frac{3}{2}x-4$ **d)** $y=-5$ **e)** $x=2$ **f)** $x=3$

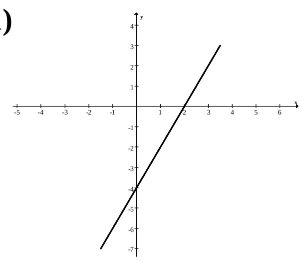
11. La recta que pasa por *A* y *B* tiene pendiente $m_{AB}=2$ y la recta que pasa por *B* y *C* tiene pendiente $m_{BC}=-1/2$. Entonces $m_{AB}\,.\,m_{BC}=2.(-1/2)=-1$. Por lo tanto las rectas que contienen a los lados *AB* y *BC* son perpendiculares. Luego, el triángulo es rectángulo en *B*.

12. $y=\frac{2}{3}x-3$

13. a) $y=x$ **b)** $y=\frac{1}{2}x$ **c)** $y=-\frac{3}{2}x+7$ **d)** $y=5$ **e)** $x=-3$ **f)** $y=\frac{2}{3}x+\frac{7}{3}$

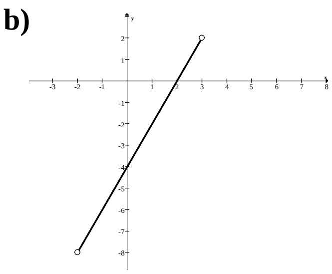
14. $k=-2$.

15. a)



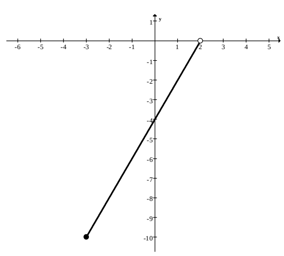
$C^0=\{2\}$,
$C^+=(2,+\infty)$,
$C^-=(-\infty,2)$,
crece en todo *R*,
no tiene intervalos de decrecimiento,
$Im(f)=R$.

b)



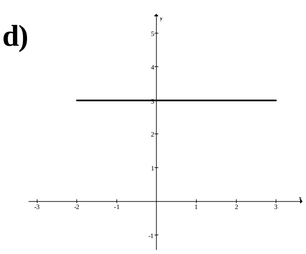
$C^0=\{2\}$,
$C^+=(2,3)$,
$C^-=(-2,2)$,
crece en $(-2,3)$,
no tiene intervalos de decrecimiento,
$Im(f)=(-8,2)$.

c)



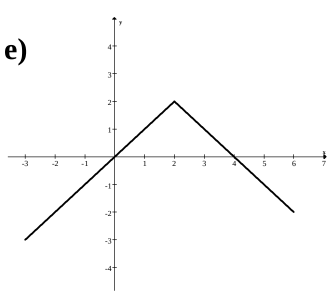
$C^0=\phi$, $C^+=\phi$,
$C^-=[-3{,}2)$,
crece en $(-3\ 2)$,
no tiene intervalos de decrecimiento,
$Im(f)=[-10,0)$.

d)



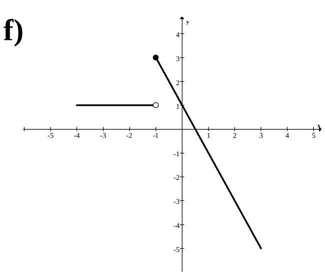
$C^0=\phi$, $C^+=R$,
$C^-=\phi$,
crece en todo *R*,
decrece en todo *R*,
$Im(f)=\{3\}$.

e)



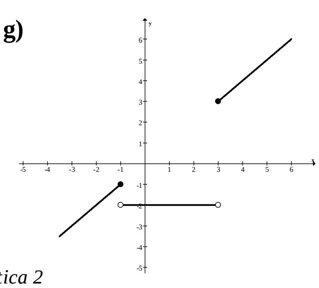
$C^0=\{\,0,4\}$,
$C^+=(0,4)$,
$C^-=(-\infty,0)\cup(4,+\infty)$,
crece en $(-\infty,2)$,
decrece $(\,2,+\infty)$,
$Im(f)=(-\infty,2]$.

f)



$C^0=\{\,1/2\}$,
$C^+=(-\infty,1/2)$,
$C^-=(1/2\,,+\infty)$,
crece en $(-\infty,-1)$,
decrece en $(-\infty,-1)$
y en $(-1,+\infty)$,
$Im(f)=(-\infty,3]$.

g)



$C^0=\phi$, $C^+=[3,+\infty)$, $C^-=(-\infty,3)$,
crece en $(-\infty,-1)$, en $(-1,3)$ y en $(3,+\infty)$,
decrece en $(-1,3)$,
$Im(f)=(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$.

16. $Dom(f)=\left[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

17. a) Las rectas se intersecan en el punto $(3/2, 1/2)$. **b)** Las rectas se intersecan en el punto $(-3,1)$.

c) Las rectas se intersecan en el punto $(2,-2)$. **d)** Las rectas se intersecan en el punto $(2,6)$.

e) El sistema que resolviste es incompatible. La solución es el conjunto vacío. Las rectas no se cortan, son paralelas. **f)** El sistema que resolviste es compatible indeterminado pues tiene infinitas soluciones. En este caso las dos ecuaciones corresponden a la misma recta.

18. a) $\begin{cases} x+y=800 \\ 40x+27{,}5y=27625 \end{cases}$ Se vendieron 450 plateas y 350 palcos.

b) $\begin{cases} x+2y=18{,}6 \\ y=x+3 \end{cases}$ Los lados iguales miden 7,2cm y el otro 4,2cm.

c) $\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y+45 \end{cases}$ El número es 27.

19. a) $P=\left(\frac{12}{13},\frac{18}{13}\right),\left(r: y=-\frac{2}{3}x+2,\ r': y=\frac{3}{2}x\right)$ **b)** $P=(10,0),\ \left(r: y=2x,\ r': y=-\frac{1}{2}x+5\right)$

20. a) $\left[-\frac{7}{3},+\infty\right)$ **b)** $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]$

21. a) $A(x)=1200$ y $B(x)=600+1{,}5x$ **b)** 400km **c)** La opción *A*.

22. a) $V_1(t)=210t+3500$, $V_2(t)=160t+4000$ **b)** La primera escultura.

c) Dentro de 10 años y su valor será $5600.

23. a) $y=-\frac{1}{3}x$ **b)** Por ejemplo, las rectas $y=2x$ e $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ **c)** $y=-5$

24. a) vértice: $V=(0,-4)$, eje de simetría: $x=0$, concavidad positiva (cóncava), $Im(f)=[-4,+\infty)$,

$C^0=\{-2,2\}$, $C^+=(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$, $C^-=(-2,2)$, crece en $(0,+\infty)$, decrece en $(-\infty,0)$.

b) vértice: $V=(0,3)$, eje de simetría: $x=0$, concavidad negativa (convexa), $Im(f)=(-\infty,3]$,

$C^0=\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$, $C^+=(-\sqrt{3},\sqrt{3})$, $C^-=(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$, crece en $(-\infty,0)$, decrece en $(0,+\infty)$.

c) vértice: $V=(-1,-8)$, eje de simetría: $x=-1$, concavidad positiva (cóncava), $Im(f)=[-8,+\infty)$,

$C^0=\{-3,1\}$, $C^+=(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$, $C^-=(-3,1)$, crece en $(-1,+\infty)$, decrece en $(-\infty,-1)$.

d) vértice: $V=(1,8)$, eje de simetría: $x=1$, concavidad negativa (convexa), $Im(f)=(-\infty,8]$,

$C^0=\{-1,3\}$, $C^+=(-1,3)$, $C^-=(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$, crece en $(-\infty,1)$, decrece en $(1,+\infty)$.

e) vértice: $V=(3,4)$, eje de simetría: $x=3$, concavidad negativa (convexa), $Im(f)=(-\infty,4]$,

$C^0=\{1,5\}$, $C^+=(1,5)$, $C^-=(-\infty,1)\cup(5,+\infty)$, crece en $(-\infty,3)$, decrece en $(3,+\infty)$.

f) vértice: $V=(-1,2)$, eje de simetría: $x=-1$, concavidad positiva (cóncava), $Im(f)=[2,+\infty)$,

$C^0=\phi$, $C^+=R$, $C^-=\phi$, crece en $(-1,+\infty)$, decrece en $(-\infty,-1)$.

25. a) $f(x)=-2(x+1)(x-5)$ **b)** $f(x)=-(x+1)^2+2$

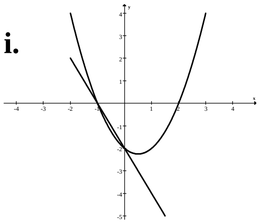
c) Hay infinitas posibilidades, por ejemplo: $f(x)=(x-1)^2+4$ ó $f(x)=x^2+3$

d) $f(x)=1/2\,(x+1)^2-2$ **e)** $f(x)=-3(x-2)(x-6)$

f) $f(x)=-5/4\,(x+2)^2+5$ **g)** $f(x)=2x(x-4)$

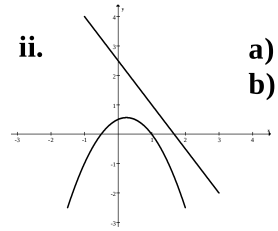
26. a) $D=\{-2,3\}$ **b)** $E=[-2,3]$ y $F=(-2,-1]\cup[2,3)$.

27. i.



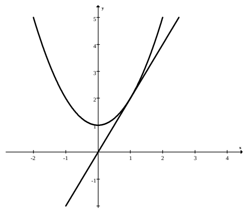
a) Los puntos $(0,-2)$ y $(-1{,}0)$.
b) El intervalo $[-1{,}0]$.
c) Por ejemplo, la recta $y=-2x-5$.

ii.



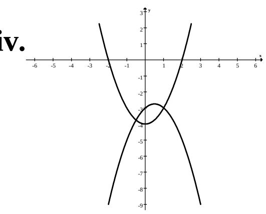
a) No se cortan.
b) R

iii.



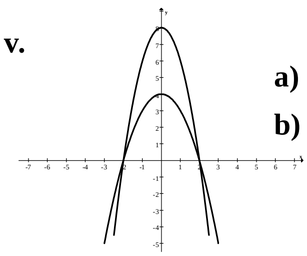
a) El punto $(1,2)$.
b) $\{1\}$

iv.



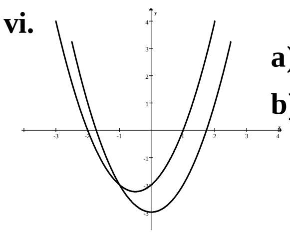
a) Los puntos $(1,-3)$ y $(-1/2,-15/4)$.
b) El intervalo $[-1/2,1]$.

v.



a) Los puntos $(-2,0)$ y $(2,0)$.
b) $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$.

vi.



a) El punto $(-1,-2)$.
b) $[-1,+\infty)$.

28. a) $A=(-1,-5)$ **b)** El intervalo $(-1{,}4)$.

29. a) 5 ó 7 toneladas. **b)** Si producen entre 5 y 7 toneladas.

30. a) $a=-1$ **b)** Tiene concavidad negativa (es convexa), el vértice es $V=(1,4)$,

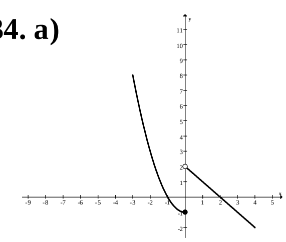
puntos de corte con eje *x*: $(-1{,}0)$ y $(3{,}0)$, punto de corte con eje *y*: $(0,3)$. **c)** El intervalo $(0,2)$.

31. a) $g(x)=-(x-2)^2+9$ **b)** $C^-=(-\infty,-1)\cup(5,+\infty)$

32. a) $f(x)=1/2\,x$, $\{x/\ f(x)>g(x)\}=(-\infty,0)\cup(4,+\infty)$ **b)** $g(x)=-1/2\,x(x-5)$

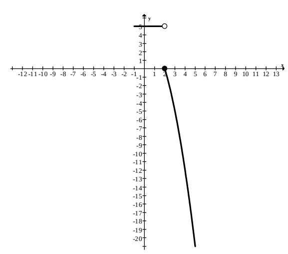
33. a) $b=1$ **b)** $y=2x-7$

34. a)



$C^0=\{-1,2\}$,
$C^+=(-\infty,-1)\cup(0,2)$,
$C^-=(-1{,}0]\cup(2,+\infty)$,
$Im(f)=R$.

b)



$C^0=\{2\}$,
$C^+=(-\infty,2)$,
$C^-=(2,+\infty)$,
$Im(f)=(-\infty,0]\cup\{5\}$.

35. $a=2$ y $b=1$.

36. A S_1 le corresponde el **2** y a S_2 le corresponde el **6**.

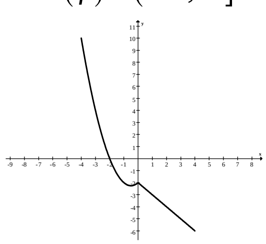
37. a) $Dom(f)=[-3{,}2]$, puntos de corte eje *x*: $(-2,0)$ y $(1{,}0)$, punto de corte eje *y*: $(0,1-\sqrt{6})$.

b) $Dom(f)=[-1{,}1]-\{1/2\}$, puntos de corte eje *x*: $(-1{,}0)$ y $(1{,}0)$, punto de corte eje *y*: $(0,-1)$.

c) $Dom(f)=(-\infty,-2]$, no corta al eje *x* ni al eje *y*.

38. a) $Dom(f)=(-\infty,-4]\cup[3,+\infty)$ **b)** $(-\infty,-4]\cup[3{,}5]$

39. a)



Punto de intersección con eje *x*: $(-2,0)$,
punto de intersección con eje *y*: $(0,-2)$.

b) $\left(-\infty,\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2}\right)$