UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN MARTIN

ARQUITECTURA, DISEÑO y URBANISMO

Curso Preparatorio Universitario

MATEMÁTICA

Cuadernillo de Trabajos Prácticos

C.P.U. MATEMÁTICA
Práctica 1
Números reales – Ecuaciones e inecuaciones

1. Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $5-2x=4+x$ **b)** $3-2x-3(x-6)=-4x$ **c)** $\dfrac{3x-6}{5}+1=2x$

d) $3x+(8-4x):2=-4(-2)+x$ **e)** $2x-\dfrac{3x}{2}+5=\dfrac{1}{2}(x+10)$ **f)** $x^2-25=11$

g) $3x^2-5=(x-1)(x+1)$ **h)** $2(-3x+5)^2-7=1$ **i)** $(x-3)^2+11=2$

j) $\dfrac{(3x^2+2)^2}{5}=5$ **k)** $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^3-9=-2\sqrt{1-\dfrac{3}{4}}$ **l)** $\dfrac{2x^2-\dfrac{9}{2}}{3}=0$

m) $(x-1)(2x+3)=0$ **n)** $(x^2-2)(x-2)^2=0$ **ñ)** $3x^3-2x^2=0$

o) $\dfrac{2x}{2-\sqrt{5}}=-2\sqrt{5}$ **p)** $2\sqrt{7}+\dfrac{x}{5-\sqrt{7}}=5+\sqrt{7}$ **q)** $2+2\sqrt{5}=3\sqrt{5}+\dfrac{x}{2+\sqrt{5}}$

2. Proponer una ecuación que describa la situación planteada y resolverla.
a) Los dos quintos de un número más 5 unidades da por resultado la mitad del dicho número. ¿Cuál es el número?
b) El perímetro de un rectángulo cuya base es el triple de la altura es de 72cm. Calcular el área del rectángulo.
c) El área de un rectángulo cuya base es el doble de la altura, es de 24cm^2. Calcular su perímetro.
d) Juan gastó 2/3 de sus ahorros en libros y con el resto compró ropa por $180. ¿A cuánto ascendían los ahorros de Juan?

3. Representar en la recta numérica los conjuntos $A=(-3{,}4)$ y $B=(1{,}6]$ y escribir como un intervalo o como unión de intervalos a cada uno de los siguientes conjuntos:
i. $A\cap B$ **ii.** $A\cup B$ **iii.** $A-B$ **iv.** $B-A$

4. Ídem **9.** para:
a) $A=(-\infty,2)$ y $B=\left[-\dfrac{1}{2},1\right)$ **b)** $A=[0{,}3]$ y $B=[3,+\infty)$

c) $A=[0{,}3)$ y $B=[3,+\infty)$ **d)** $A=(-\infty,1)\cup\left[\dfrac{5}{2},5\right)$ y $B=(0{,}7]$

5. Resolver las siguientes inecuaciones y expresar las soluciones como un intervalo o unión de intervalos.
a) $3x-8>13$ **b)** $-2x+2\leq 14$ **c)** $3(x-4)-2\geq 5x-2(3-x)$
d) $(3x-2)(x-5)\geq 0$ **e)** $x^2-9<0$ **f)** $(12-3x)(x+5)\leq 0$
g) $\dfrac{2x-1}{x+3}<0$ **h)** $\dfrac{x+1}{x}\geq 0$ **i)** $\dfrac{x}{3x-2}\geq 1$

6. Dados $A=\{x\in R/\,2x-4>1\}$ y $B=\{x\in R/-3x+10\geq -2+x\}$, representar en la recta y escribir como un intervalo o como unión de intervalos a cada uno de los siguientes conjuntos:
i. A **ii.** B **iii.** $A\cap B$ **iv.** $A\cup B$ **v.** $A-B$

7. Ídem **6.**: **a)** $A=\{x\in R/-4x+5\geq 2(x+4)\}$ y $B=\{x\in R/-2(x-4)<-10\}$.
b) $A=\{x\in R/(x+2)(2x-3)\geq 0\}$ y $B=\{x\in R/-3(x-4)<0\}$.
c) $A=\left\{x\in R/\,\dfrac{x-12}{x}\leq -5\right\}$ y $B=\{x\in R/-3<-5x-2\}$.

8. Hallar todos los $b \in R$ de manera que $x = 1$ satisfaga $-3x + b > 2$.

9. Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $\sqrt{x} - 1 = -10 : (-2)$ **b)** $\sqrt{x+6} = 3$ **c)** $3 + \sqrt[5]{x} = 2$

d) $3 - \sqrt{x} = 10 : (-2) + (3-1)^3$ **e)** $\sqrt{\frac{x}{2} + 1} + 2 = 5$ **f)** $\sqrt{8x^2 - 1} - 13 = 3(2-4)$

g) $\frac{3}{4} + \sqrt[5]{-2+1} = (2x+1)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$ **h)** $\frac{4x-1}{3x} = 0$ **i)** $\frac{x^2 - x}{3x-3} = 0$

j) $x\sqrt{2x+1} = 0$ **k)** $x\sqrt{2x-6} = 0$ **l)** $x\sqrt{1-x} = 2x$

<u>Respuestas Práctica 1</u>

1. a) $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$ **b)** $S = \{21\}$ **c)** $S = \left\{-\frac{1}{7}\right\}$ **d)** $S = \phi$ **e)** $S = R$ **f)** $S = \{-6;6\}$ **g)** $S = \{-\sqrt{2};\sqrt{2}\}$

h) $S = \left\{-1;\frac{7}{3}\right\}$ **i)** $S = \phi$ **j)** $S = \{-1;1\}$ **k)** $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$ **l)** $S = \left\{-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right\}$ **m)** $S = \left\{-\frac{3}{2};1\right\}$

n) $S = \{-\sqrt{2};\sqrt{2};2\}$ **ñ)** $S = \left\{0;\frac{2}{3}\right\}$ **o)** $S = \{5 - 2\sqrt{5}\}$ **p)** $S = \{32 - 2\sqrt{7}\}$ **q)** $S = \{-1\}$

2. a) $\frac{2}{5}x + 5 = \frac{1}{2}x$. El número es 50.

b) Una posible ecuación es $2(x + 3x) = 72$. El área es 243cm^2. ($x = 9$)

c) Una posible ecuación es $2x.x = 24$. El perímetro es $12\sqrt{3}$ cm. ($x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$)

d) Una posible ecuación es $\frac{2}{3}x + 180 = x$. Juan tenía \$540 ahorrados.

3. i. $A \cap B = (1,4)$ **ii.** $A \cup B = (-3,6]$ **iii.** $A - B = (-3,1]$ **iv.** $B - A = [4,6]$

4. a) i. $A \cap B = \left[-\frac{1}{2},1\right)$ **ii.** $A \cup B = (-\infty,2)$ **iii.** $A - B = \left(-\infty,\frac{1}{2}\right) \cup [1,2)$ **iv.** $B - A = \phi$

b) $A \cap B = \{3\}$ **ii.** $A \cup B = [0,+\infty)$ **iii.** $A - B = [0,3)$ **iv.** $B - A = (3,+\infty)$

c) $A \cap B = \phi$ **ii.** $A \cup B = [0,+\infty)$ **iii.** $A - B = [0,3)$ **iv.** $B - A = [3,+\infty)$

d) $A \cap B = (0,1) \cup \left[\frac{5}{2},5\right)$ **ii.** $A \cup B = (-\infty,7]$ **iii.** $A - B = (-\infty,0]$ **iv.** $B - A = \left[1,\frac{5}{2}\right) \cup [5,7]$

5. a) $S = (7,+\infty)$ **b)** $S = [-6,+\infty)$ **c)** $S = (-\infty,-2]$ **d)** $S = \left(-\infty,\frac{2}{3}\right] \cup [5,+\infty)$ **e)** $S = (-3,3)$

f) $S = (-\infty,-5] \cup [4,+\infty)$ **g)** $S = \left(-3,\frac{1}{2}\right)$ **h)** $S = (-\infty,-1] \cup (0,+\infty)$ **i)** $S = \left(\frac{2}{3},1\right]$

6. i. $A = \left(\frac{5}{2},+\infty\right)$ **ii.** $B = (-\infty,3]$ **iii.** $A \cap B = \left(\frac{5}{2},3\right)$ **iv.** $A \cup B = R$ **v.** $A - B = (3,+\infty)$

7. a) i. $A = (-\infty,-2]$ **ii.** $B = (9,+\infty)$ **iii.** $A \cap B = \phi$ **iv.** $A \cup B = (-\infty,-2] \cup (9,+\infty)$ **v.**

b) i. $A = (-\infty,-2] \cup \left[\frac{3}{2},+\infty\right)$ **ii.** $B = (4,+\infty)$ **iii.** $A \cap B = (4,+\infty)$ **iv.** $A \cup B = (-\infty,-2] \cup \left[\frac{3}{2},+\infty\right)$ **v.** $A - B = (-\infty,-2] \cup \left[\frac{3}{2},4\right]$

c) i. $A = (0,2]$ **ii.** $B = \left(-\infty,\frac{1}{5}\right)$ **iii.** $A \cap B = \left(0,\frac{1}{5}\right)$ **iv.** $A \cup B = (-\infty,2]$ **v.** $A - B = \left[\frac{1}{5},2\right]$

8. $b \in (5,+\infty)$ **9. a)** $S = \{36\}$ **b)** $S = \phi$ **c)** $S = \{-1\}$ **d)** $S = \{0\}$ **e)** $S = \{16\}$ **f)** $S = \left\{-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right\}$ **g)** $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

h) $S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$ **i)** $S = \{0\}$ **j)** $S = \left\{-\frac{1}{2};0\right\}$ **k)** $S = \{3\}$ **l)** $S = \{-3;0\}$

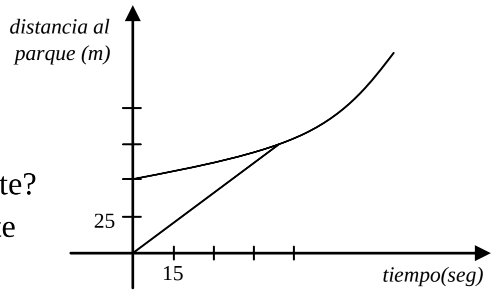
MATEMÁTICA – CPU

Práctica 2

Funciones. Funciones lineales y cuadráticas.

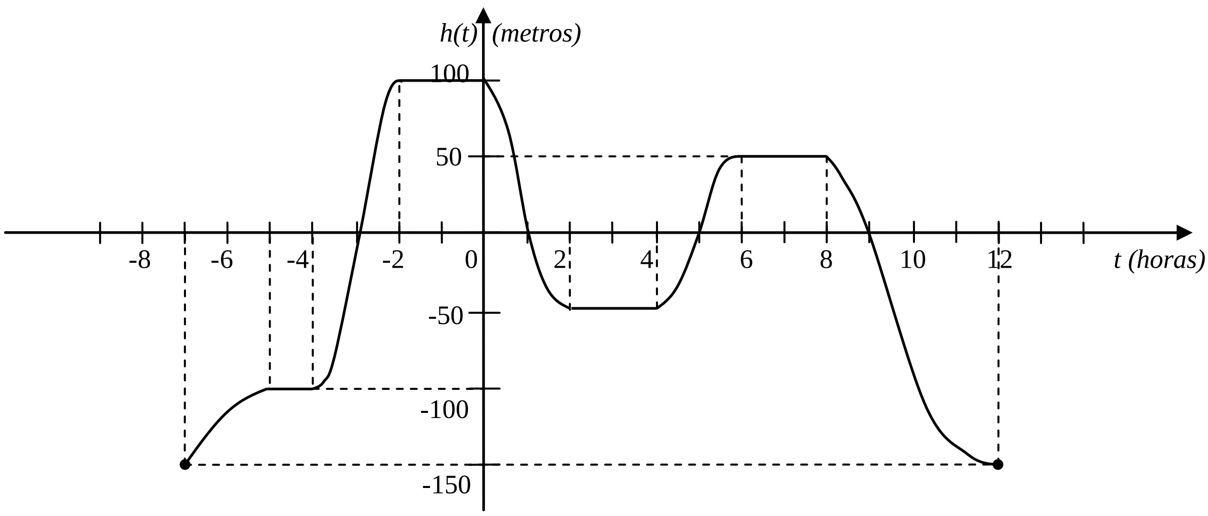
Funciones

1. Damiana, al irse del parque olvidó de subir a su perro Vicente en la parte trasera de su camioneta. Los gráficos hacen referencia al movimiento de la camioneta y de Vicente, que corre para alcanzarla.



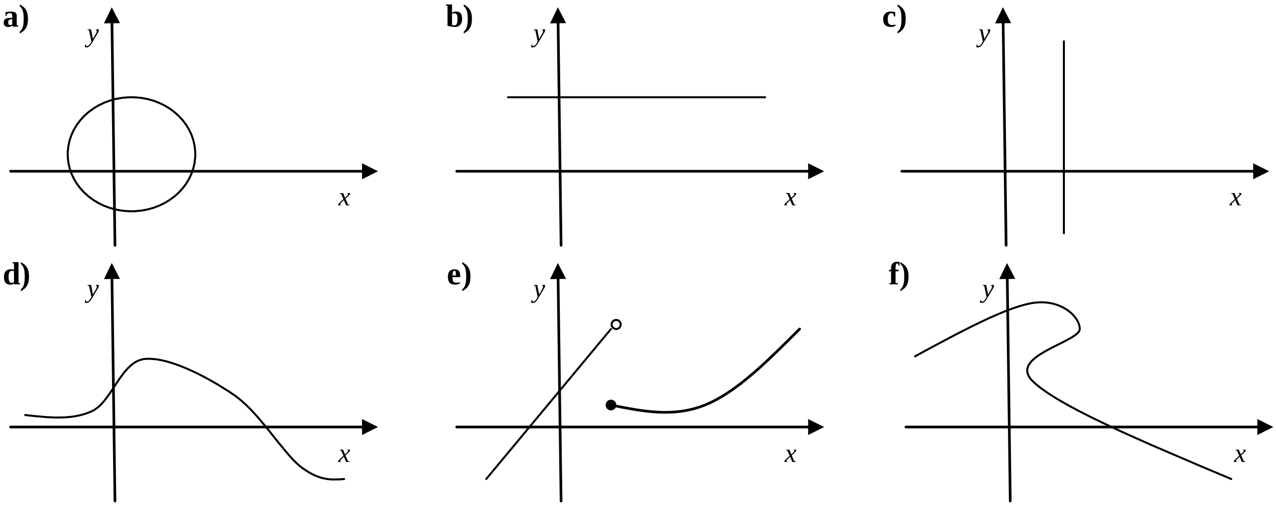
- **a)** ¿Cuál es el gráfico que representa el recorrido de Vicente?
- **b)** ¿A qué distancia estaba Damiana de Vicente cuando éste comenzó a correr?
- **c)** Vicente, ¿alcanza a subir a la camioneta?
  En caso afirmativo, ¿cuánto tiempo y cuántos metros aproximadamente corrió?
- **d)** Inventar un gráfico en el que Vicente se vaya cansando y no logre llegar a la camioneta.

2. En la serie *Viaje al fondo del mar* aparece como una estrella el *Sea-View*, un súper submarino nuclear que en su interior lleva otro submarino muy pequeño llamado *Aerosub*. Éste utiliza como base al submarino estrella y además de transitar bajo el agua, es capaz de volar.
Durante una misión de investigación, la tripulación del *Sea-View* siguió los desplazamientos del pequeño submarino. El gráfico que aparece a continuación muestra la altura ***h*** (en metros sobre el nivel del mar) a la que se encuentra el *Aerosub* en función del tiempo ***t*** (en horas). Donde $t = 0$ representa la cero hora del 3 de mayo de 1963.

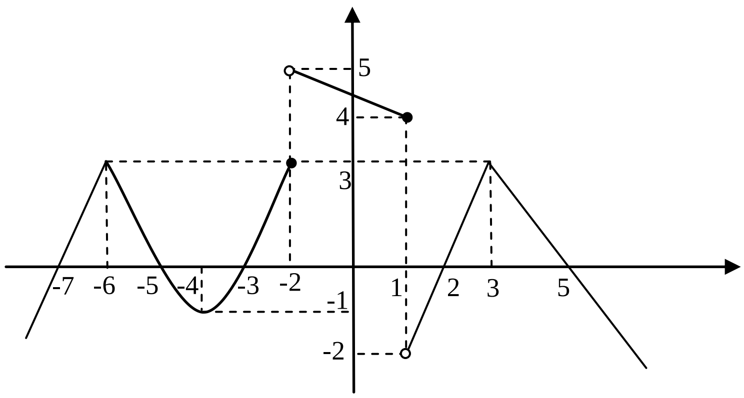


- **a)** ¿Qué día y a qué hora partió el *Aerosub* del *Sea-View*?
- **b)** ¿A qué profundidad se encontraba?
- **c)** ¿A qué altura se encontraba entre las 19 y 20 horas del 2 de mayo?
- **d)** ¿Desde qué hora y día hasta qué hora y día duró la misión?
- **e)** ¿Entre qué valores varió la altura del *Aerosub*?
- **f)** ¿Cuándo estuvo sobre el nivel del mar?
- **g)** ¿En qué momentos estuvo al nivel del mar?
- **h)** ¿En qué intervalos de tiempo estuvo ascendiendo?
- **i)** ¿Cuánto tiempo pasaron los tripulantes estudiando un banco de coral que se encuentra a 50 metros de profundidad? ¿Entre que horas sucedió?
- **j)** Las respuestas a las preguntas **d)**, **e)**, **f)**, **g)** y **h)**,¿qué representan de la función *h*?
  (Por ejemplo: imagen, dominio, conjunto de positividad, etc.) Explicitar cada uno de ellos.

3. ¿Cuáles de los siguientes gráficos corresponden a una función?

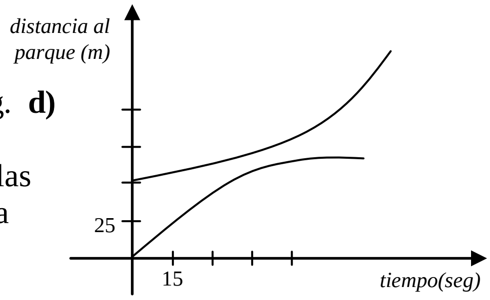


4. El gráfico representa una función $f : R \to R$



Observando el gráfico determinar $f(-4)$, $f(-3)$, $f(-2)$, $f(0)$ y $f(1)$.

<u>Respuestas Práctica 2</u> <u>(Funciones)</u>



1. a) El segmento de recta. **b)** 50m **c)** Sí, recorrió aprox. 75m en 55 seg. **d)**

2. a) 17h del 2 de mayo. **b)** 150m bajo el nivel del mar.
c) 100m bajo el nivel del mar. **d)** Desde las 17h del 2 de mayo hasta las 12 del 3 de mayo. **e)** Entre 150m por debajo del nivel del mar hasta 100m por encima del nivel del mar. **f)** Entre las 21h del 2 de mayo hasta las la 1 del 3 de mayo y entre las 5 y las 9 del 3 de mayo.
g) A las 21h del 2 de mayo y a la 1, 5 y 9 del 3 de mayo. **h)** Entre las 17 y las 19, entre las y las 22 del 2 de mayo y entre las 4 y las 6 del 3 de mayo. **i)** 2 horas, entre las 2 y las 4 de las 3 de mayo.
j) d) Dominio de $f = [-7,12]$ **e)** Imagen de $f = [-150,100]$ **f)** Ceros de $f = \{-3,1,5,9\}$
g) Positividad de $f = (-3,1) \cup (5,9)$
h) Intervalos de crecimiento estricto de *f*: $(-7,-5)$, $(-4,-2)$ y $(4,6)$.

3. a) No. **b)** Sí. **c)** No. **d)** Sí. **e)** Sí. **f)** No.

4. $f(-4) = -1$, $f(-3) = 0$, $f(-2) = 3$, $f(0) = 4{,}5$ y $f(1) = 4$.

Función lineal

5. En cada caso, hallar la función lineal *f* que cumpla lo pedido, hacer el gráfico correspondiente y encontrar la pendiente de la recta determinada por el gráfico de *f*.

a) $f(0)=3$ y $f(-1)=4$ **b)** $f(-2)=4$ y $f(1)=-2$ **c)** $f(-2)=7$ y $f(3)=7$

d) $f(1)=0$ y el punto $(2,-3)$ pertenece al gráfico de *f*.

6. Sea la recta *r* de ecuación $y=2x-3$.

a) Hallar tres puntos de *r*.

b) ¿$(5,7)\in r$? ¿$(-2,1)\in r$?

c) Encontrar *k* para que:

i. $(-4,k)\in r$ **ii.** $(k,2)\in r$ iii. $(k-1,3k)\in r$

d) Hallar los puntos de corte de la recta *r* con los ejes coordenados.

7. Calcular la pendiente y la ordenada al origen de las siguientes rectas.

a) $y=2x-3$ **b)** $x=4y+2$ **c)** $3x=2y$ **d)** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=1$ **e)** $y=5$

8. En cada caso, dar la ecuación de la recta que verifica lo pedido.

a) Pasa por los puntos (1,2) y (-1,3).

b) Pasa por el (2,1/2) y es paralela a $y = 2x + 5$.

c) Es perpendicular a $y=\dfrac{2}{3}x-2$ y pasa por el (-2,-1).

d) Es horizontal y pasa por (2,-5).

e) Es vertical y pasa por el punto (2,-3).

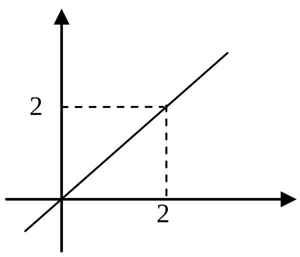
f) Es perpendicular a la recta $y=5$ y pasa por el punto (3,8).

9. Probar analíticamente que el triángulo cuyos vértices son *A* = (1,4), *B* = (0,2) y *C* = (2,1) es rectángulo en *B*.

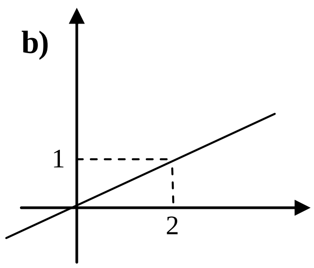
10. Dados los puntos $A=(3,-1)$, $B=(3,2)$ y $C=(-1,5)$, hallar gráfica y analíticamente la ecuación de la recta que contiene a la altura del triángulo *ABC* que pasa por *A*. *(Recordar: Una altura de un triángulo es el segmento perpendicular a la recta que contiene a un lado, que pasa por el vértice opuesto)*

11. Hallar la ecuación de la recta representada en cada gráfico.

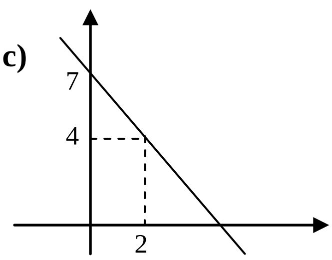
a)



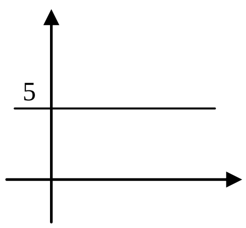
b)



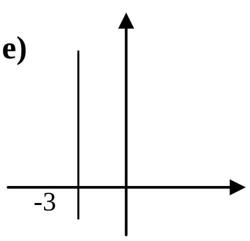
c)



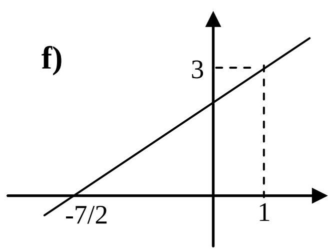
d)



e)



f)



12. Hallar *k* para que los puntos $(-2,3)$, $(0,-1)$ y $(2,k-3)$ estén alineados.

13. Hallar analítica y gráficamente la intersección entre los siguientes pares de rectas.

a) $r: y = x - 1$; $r': y = -x + 2$ **b)** $r: x + 2y = -1$; $r': 2x - 3y = -9$ **c)** $r: y = -3x + 4$; $r': y = -2$

d) $r: y = 5x - 4$; $r': x = 2$ **e)** $r: 2x - y = 3$; $r': -4x + 2y = -7$ **f)** $r: y = 3x - 2$; $r': 6x - 2y = 4$

14. Proponer un sistema que describa la situación planteada y resolverlo.

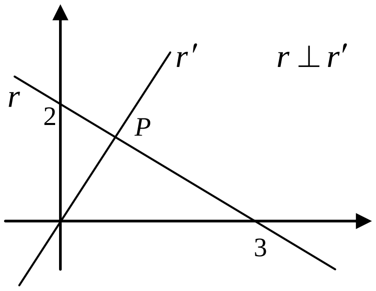
a) Las entradas para un espectáculo se vendieron a \$40 la platea y \$27,5 los palcos. Calcular cuántas entradas de cada tipo se vendieron si asistieron 800 personas y los ingresos fueron de \$27625.

b) El perímetro de un triángulo isósceles es 18,6cm. Si el lado desigual se aumenta en 3 cm, el triángulo obtenido es equilátero ¿Cuál es la longitud de cada lado del triángulo isósceles?

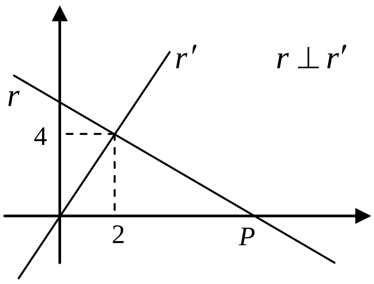
c) La suma de los dígitos de un número de dos cifras es 9. Si se permuta el orden de los dígitos se obtiene el número aumentado en 45 unidades. ¿Cuál es el número?

15. En cada caso, hallar las coordenadas del punto P.

a)



b)



16. **(Optativo)** En cada caso, dibujar los gráficos de las funciones lineales f y g. Representar sobre el eje x el conjunto $\{ x \in R / f(x) \geq g(x) \}$ y escribirlo como un intervalo.

a) $f(x) = 3x + 2$ y $g(x) = -5$ **b)** $f(x) = -2x + 1$ y $g(x) = x + 5/2$

17. Martina se va de vacaciones con unos amigos y desean alquilar un auto por 10 días. Disponen de dos opciones:

- A: 120 pesos por día.
- B: 60 pesos por día más un recargo de 1,5 pesos por km recorrido.

a) Si llamamos $A(x)$ y $B(x)$, respectivamente, a las funciones de gasto respecto a los km recorridos al cabo de los 10 días, hallar sus expresiones y realizar un gráfico que represente cada opción.

b) ¿Cuántos km deberían recorrer para que el gasto fuera el mismo con cualquiera de las opciones?

c) ¿Cuál opción les convendrá elegir si piensan recorre alrededor de 500km?

18. Una escultura de un cierto artista plástico, comprada hoy cuesta \$3500 y se sabe que aumenta su valor linealmente con el tiempo, de modo tal que, después de 10 años valdrá \$5600. Otra escultura del mismo artista, hoy se vende a \$4000 y se estima que dentro de 15 años valdrá \$6400.

a) Escribir la fórmula del valor V para cada una de las esculturas en función del tiempo ($V_1(t)$ y $V_2(t)$).

b) Determinar cuál de las dos esculturas aumenta su valor más rápidamente.

c) ¿En qué momento el valor de las piezas será el mismo y cuál será dicho valor?

19. **a)** Dar una ecuación de una recta que pase por el punto (-3,1) y que **no** se interseque con la recta de ecuación $x+3y = 4$.

b) Hallar las ecuaciones de dos rectas perpendiculares que se intersequen en el punto (1,2).

c) Encontrar la ecuación de la recta paralela a la recta r: $y = 3$, que pasa por el punto de intersección de las rectas $y = -2/3\, x + 3$ e $y = 1/3\, x - 9$.

Respuestas Práctica 2 (Función lineal)

5. a) $f(x) = -x + 3$, pendiente: $m = -1$ **b)** $f(x) = -2x$, pendiente: $m = -2$

c) $f(x) = 7$, pendiente: $m = 0$ **d)** $f(x) = -3x + 3$, pendiente: $m = -3$

6. a) Por ejemplo, $(0,-3), (1,-1)$ y $(-1,-5)$. **b)** $(5,7) \in r$ y $(-2,1) \notin r$. **c) i.** $k = -11$ **ii.** $k = 5/2$ **iii.** $k = -5$

d) Punto de corte con el eje *x*: $(3/2, 0)$, punto de corte con el eje *y*: $(0,-3)$.

7. a) pendiente: $m = 2$, ord. al origen: $b = -3$. **b)** pendiente: $m = 1/4$, ord. al origen: $b = -1/2$.

c) pendiente: $m = 3/2$, ord. al origen: $b = 0$. **d)** pendiente: $m = -3/2$, ord. al origen: $b = 3$.

e) pendiente: $m = 0$, ord. al origen: $b = 5$.

8. a) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ **b)** $y = 2x - \frac{7}{2}$ **c)** $y = -\frac{3}{2}x - 4$ **d)** $y = -5$ **e)** $x = 2$ **f)** $x = 3$

9. La recta que pasa por *A* y *B* tiene pendiente $m_{AB} = 2$ y la recta que pasa por *B* y *C* tiene pendiente $m_{BC} = -1/2$. Entonces $m_{AB} \cdot m_{BC} = 2.(-1/2) = -1$. Por lo tanto las rectas que contienen a los lados *AB* y *BC* son perpendiculares. Luego, el triángulo es rectángulo en *B*.

10. $y = \frac{4}{3}x - 5$

11. a) $y = x$ **b)** $y = \frac{1}{2}x$ **c)** $y = -\frac{3}{2}x + 7$ **d)** $y = 5$ **e)** $x = -3$ **f)** $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$

12. $k = -2$

13. a) Las rectas se intersecan en el punto $(3/2, 1/2)$. **b)** Las rectas se intersecan en el punto $(-3,1)$.

c) Las rectas se intersecan en el punto $(2,-2)$. **d)** Las rectas se intersecan en el punto $(2,6)$.

e) El sistema que resolviste es incompatible. La solución es el conjunto vacío. Las rectas no se cortan, son paralelas. **f)** El sistema que resolviste es compatible indeterminado pues tiene infinitas soluciones. En este caso las dos ecuaciones corresponden a la misma recta.

14. a) $\begin{cases} x + y = 800 \\ 40x + 27{,}5y = 27625 \end{cases}$ Se vendieron 450 plateas y 350 palcos.

b) $\begin{cases} x + 2y = 18{,}6 \\ y = x + 3 \end{cases}$ Los lados iguales miden 7,2cm y el otro 4,2cm.

c) $\begin{cases} x + y = 9 \\ 10y + x = 10x + y + 45 \end{cases}$ El número es 27.

15. a) $P = \left(\frac{12}{13}, \frac{18}{13}\right), \left(r : y = -\frac{2}{3}x + 2, r' : y = \frac{3}{2}x\right)$ **b)** $P = (10,0)$, $\left(r : y = 2x, r' : y = -\frac{1}{2}x + 5\right)$

16. a) $\left[-\frac{7}{3}, +\infty\right)$ **b)** $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$

17. a) $A(x) = 1200$ y $B(x) = 600 + 1{,}5x$ **b)** 400km **c)** La opción *A*.

18. a) $V_1(t) = 210t + 3500$, $V_2(t) = 160t + 4000$ **b)** La primera escultura.

c) Dentro de 10 años y su valor será \$5600.

19. a) $y = -\frac{1}{3}x$ **b)** Por ejemplo, las rectas $y = 2x$ e $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ **c)** $y = -5$

Función cuadrática

20. En cada caso graficar la función cuadrática *f*, especificando coordenadas del vértice, eje de simetría y concavidad de la parábola que representa y hallar imagen, ceros, conjuntos de positividad y negatividad e intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f*.

a) $f(x)=x^2-4$ **b)** $f(x)=-x^2+3$ **c)** $f(x)=2(x+1)^2-8$

d) $f(x)=-2(x+1)(x-3)$ **e)** $f(x)=-x^2+6x-5$ **f)** $f(x)=x^2+2x+3$

21. Teniendo en cuenta lo hecho en el ejercicio **20,**
Resolver las inecuaciones: **i.** $x^2-4\geq 0$ **ii.** $2(x+1)^2-8\leq 0$

22. a) Calcular los puntos de intersección de los gráficos de las siguientes funciones y graficar.

i. $f(x)=x^2-x-2$ $g(x)=-2x-2$ **ii.** $f(x)=\frac{1}{2}x-x^2+\frac{1}{2}$ $g(x)=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}x$

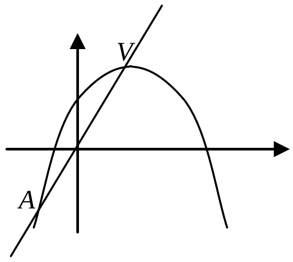
iii. $f(x)=(x+1)^2-2x$ $g(x)=2x$ **iv.** $f(x)=x^2-4$ $g(x)=-x^2+x-3$

v. $f(x)=-2x^2+8$ $g(x)=-x^2+4$ **vi.** $f(x)=x^2-3$ $g(x)=x^2+x-2$

b) (Optativo) Observando el gráfico en cada caso, hallar el conjunto $\{x\in R/\ f(x)\leq g(x)\}$.

c) Para el caso **i.** encontrar la ecuación de una recta, paralela al gráfico de *g* y que no corte a la parábola.

23. a) Hallar las coordenadas del punto *A*, sabiendo que la parábola es el gráfico de $f(x)=-x^2+8x+4$ y el punto *V* es el vértice de la parábola.
b) (Optativo) Hallar los valores de *x* para los cuales el gráfico de la parábola está por encima del de la recta.



24. Al producir un cantidad *x* (*en miles de toneladas*) de cierto producto agropecuario se llegó a la conclusión que, de acuerdo al lugar donde viven y los diferentes gastos que tienen, dos productores reciben ganancias mensuales (*en miles de pesos*) determinadas por las siguientes funciones:

$$G_1(x)=-(x-7)^2+8 \quad \text{y} \quad G_2(x)=2x-6.$$

a) Graficar ambas funciones y decidir cuántas toneladas deben producir ambos productores para obtener la misma ganancia.
b) Si los dos producen aproximadamente la misma cantidad de toneladas mensuales, ¿para qué cantidades tiene más ganancia el primer productor?

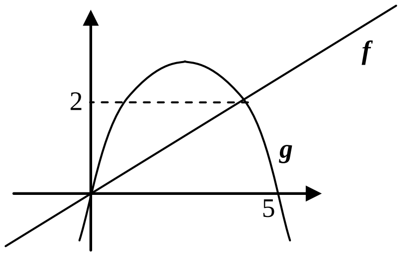
25. Dada la parábola $y=ax^2+2x+3$

a) Hallar el valor de *a* si se sabe que el eje de simetría es la recta $x=1$.
b) Para el valor hallado en **a)** graficar la parábola indicando concavidad, vértice y puntos de intersección con los ejes.
c) Hallar $A=\{x\in R/\ y>3\}$.

26. Teniendo en cuenta el dibujo y sabiendo que el gráfico de *f* es una recta paralela a la recta de ecuación $x-2y=8$,

a) hallar la función lineal f y el conjunto de los *x* tal que $f(x)>g(x)$.

b) Determinar la función cuadrática *g*.



27. Sea la parábola $y=x^2-4x+b$.

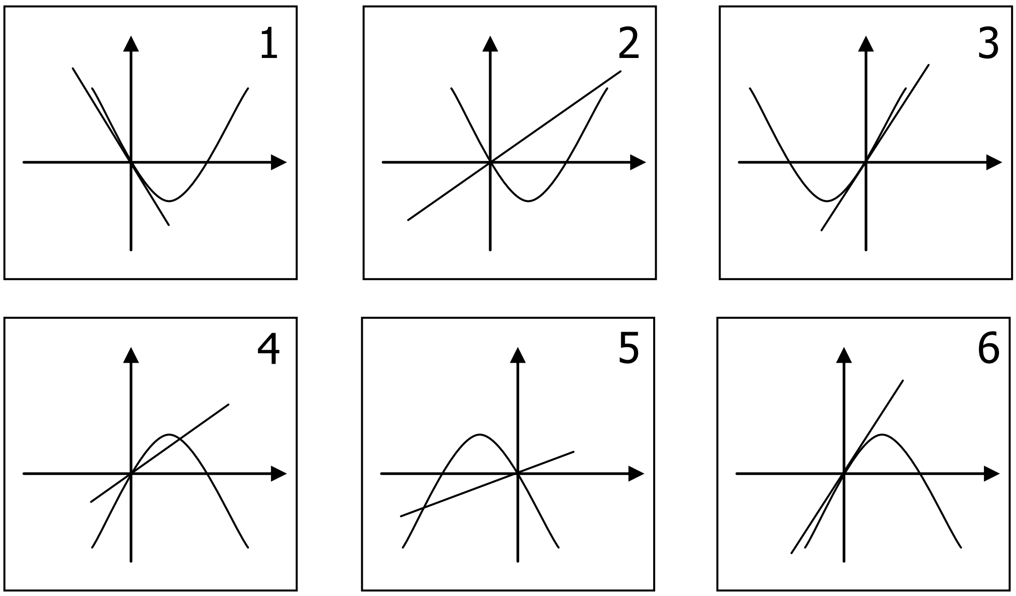
a) Hallar $b\in R$ para que la parábola pase por el punto $\left(2-\sqrt{3},\ 0\right)$.

b) Para el valor de *b* hallado en **a)**, determinar la ecuación de la recta que pasa por el vértice de la parábola y es perpendicular a la recta $x+2y=3$.

28. Los sistemas

$$S_1:\begin{cases} y=ax^2-bx \\ y=bx \end{cases} \qquad \text{y} \qquad S_2:\begin{cases} y=-ax^2+bx \\ y=bx \end{cases}$$

con *a* y *b* **positivos**, están representados en alguno de los gráficos siguientes. ¿Cuál corresponde a cada uno?



Respuestas Práctica 2 (Función cuadrática)

20. a) vértice: $V=(0,-4)$, eje de simetría: $x=0$, concavidad positiva (cóncava), $Im(f)=[-4,+\infty)$,
$C^0=\{-2,2\}$, $C^+=(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$, $C^-=(-2,2)$, crece en $(0,+\infty)$, decrece en $(-\infty,0)$.

b) vértice: $V=(0,3)$, eje de simetría: $x=0$, concavidad negativa (convexa), $Im(f)=(-\infty,3]$,
$C^0=\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$, $C^+=(-\sqrt{3},\sqrt{3})$, $C^-=(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$, crece en $(-\infty,0)$, decrece en $(0,+\infty)$.

c) vértice: $V=(-1,-8)$, eje de simetría: $x=-1$, concavidad positiva (cóncava), $Im(f)=[-8,+\infty)$,
$C^0=\{-3,1\}$, $C^+=(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$, $C^-=(-3,1)$, crece en $(-1,+\infty)$, decrece en $(-\infty,-1)$.

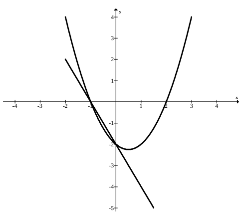
d) vértice: $V=(1,8)$, eje de simetría: $x=1$, concavidad negativa (convexa), $Im(f)=(-\infty,8]$,
$C^0=\{-1,3\}$, $C^+=(-1,3)$, $C^-=(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$, crece en $(-\infty,1)$, decrece en $(1,+\infty)$.

e) vértice: $V=(3,4)$, eje de simetría: $x=3$, concavidad negativa (convexa), $Im(f)=(-\infty,4]$,
$C^0=\{1,5\}$, $C^+=(1,5)$, $C^-=(-\infty,1)\cup(5,+\infty)$, crece en $(-\infty,3)$, decrece en $(3,+\infty)$.

f) vértice: $V=(-1,2)$, eje de simetría: $x=-1$, concavidad positiva (cóncava), $Im(f)=[2,+\infty)$,
$C^0=\phi$, $C^+=R$, $C^-=\phi$, crece en $(-1,+\infty)$, decrece en $(-\infty,-1)$.

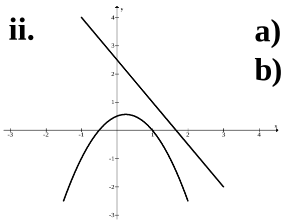
21. i. $S=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$ **ii.** $S=[-3,1]$

22. i.



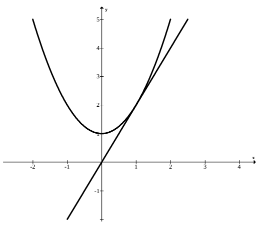
a) Los puntos $(0,-2)$ y $(-1,0)$.
b) El intervalo $[-1,0]$.
c) Por ejemplo, la recta $y=-2x-5$.

ii.



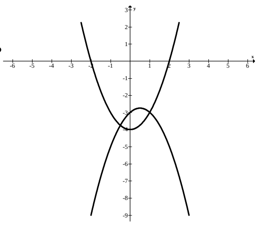
a) No se cortan.
b) R

iii.



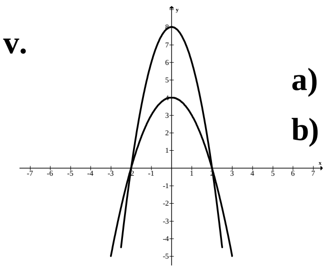
a) El punto $(1,2)$.
b) $\{1\}$

iv.



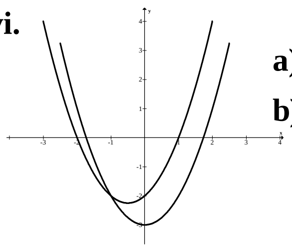
a) Los puntos $(1,-3)$ y $(-1/2,-15/4)$.
b) El intervalo $[-1/2,1]$.

v.



a) Los puntos $(-2,0)$ y $(2,0)$.
b) $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$.

vi.



a) El punto $(-1,-2)$.
b) $[-1,+\infty)$.

23. a) $A=(-1,-5)$ **b)** El intervalo $(-1,4)$.

24. a) 5 ó 7 toneladas. **b)** Si producen entre 5 y 7 toneladas.

25. a) a=-1
b) cóncava hacia arriba (concavidad positiva), V=(1;4), intersección con eje x ceros C^0={3;-1} puntos (3;0) y (-1;0). Intersección con eje y: ordenada al origen oo=3 punto de intersección (0;3)
c) (0;2)

26. a) f(x)=1/2 x ; (-∞;0)U(4;+∞) **b)** g(x)=-1/2x(x-5)

27. a) b=1 **b)** y=2x-7

28. S_1 corresponde al gráfico 2 y S_2 corresponde al gráfico 6

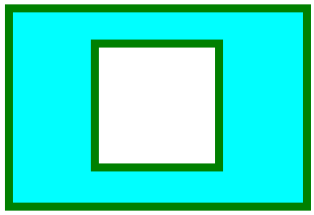
C.P.U. MATEMATICA

Práctica 3

Figuras planas

1. ¿Cuántos centímetros mide el perímetro de un triángulo equilátero cuyo lado mide el doble que el lado de un cuadrado de perímetro 16cm?

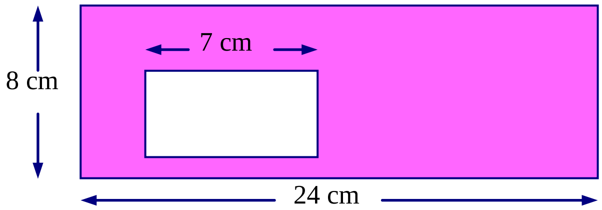
2. Santiago está preparando su puesto para la feria de ciencias que se realizará en su escuela. Ha decidido poner como fachada un plancha de acrílico rectangular con un cuadrado cortado en el centro para atender a la gente. El lado menor mide 4m y el mayor el cuádruple de la mitad del otro. El perímetro del rectángulo es el doble del perímetro del cuadrado.



- **a)** Si quiere pegar una cinta alrededor del contorno de la fachada, ¿cuántos metros de cinta necesitará?
- **b)** ¿Cuántos m^2 de acrílico utilizará para armar el frente?

El **contorno** de una figura es el conjunto de líneas que la limitan, tanto exterior como interiormente.

3. ¿Cuál es el área de la figura coloreada si su perímetro es 86cm?



El **perímetro** de una figura es la longitud de su contorno.

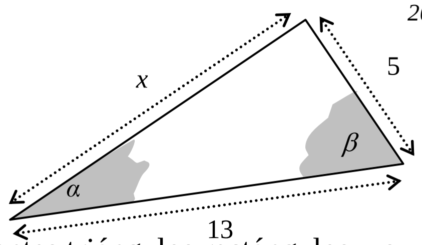
4. Calcular el perímetro y el área de un triángulo isósceles si cada uno de los ángulos congruentes mide 27° y cada uno de los lados congruentes, 40 metros.
5. Calcular el perímetro y el área de un pentágono regular inscripto en una circunferencia de 4 cm de radio.
6. Calcular la altura de la pirámide de Keops sabiendo que su base es un cuadrado de 230 metros de lado y el ángulo que forma una cara con la base es de 52°.
7. La diagonal de un rectángulo mide 30cm y forma con uno de los lados un ángulo de 25º. Calcular el perímetro del rectángulo.
8. Calcular el área y el perímetro de un trapecio isósceles sabiendo que las bases miden 30 mm y 42mm respectivamente y uno de los ángulos adyacentes a la base mayor mide 53º 7’ 48”.
9. El área de un cuadrado de lado **a** es $16cm^2$. ¿Cuántos cm^2 es el área de un cuadrado de lado 2**a**?
10. En un triángulo uno de sus lados mide 7,2cm y la altura correspondiente 3,5cm. La medida de otro de sus lados es 8cm, ¿cuál es la medida de la altura correspondiente a este lado?

<u>**Respuestas Práctica 3** (Figuras planas)</u>

1. 24cm.
2. **a)** 36m **b)** $23m^2$
3. $(192 – 28)\ cm^2 = 164\ cm^2$
4. 151,28m y 647,22 m^2
5. 23,51cm y $38{,}09cm^2$
6. 147,19m
7. 79,74cm
8. $288mm^2$ y 92mm
9. $64cm^2$
10. 3,15cm

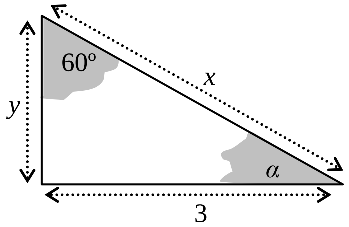
Trigonometría

11. Calcular los valores exactos de x, $\cos\beta$, $sen\alpha$, $tg\beta$ y $tg\alpha$.

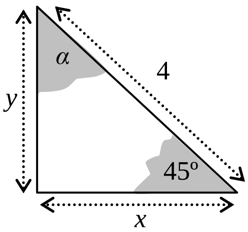


12. Calcular los valores exactos de los elementos indicados en los siguientes triángulos rectángulos y su perímetro y su área.

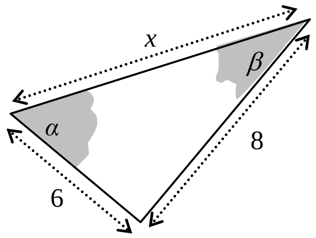
a)



b)

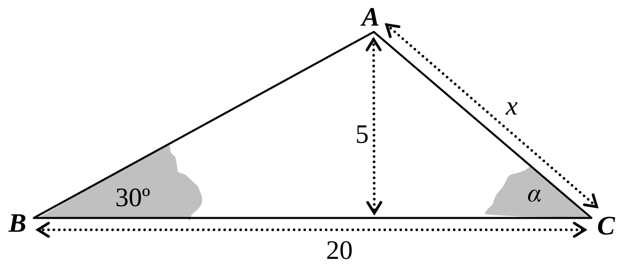


c)

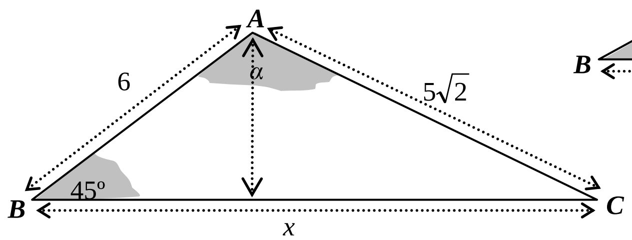


13. Hallar las medidas del lado x y del ángulo α.

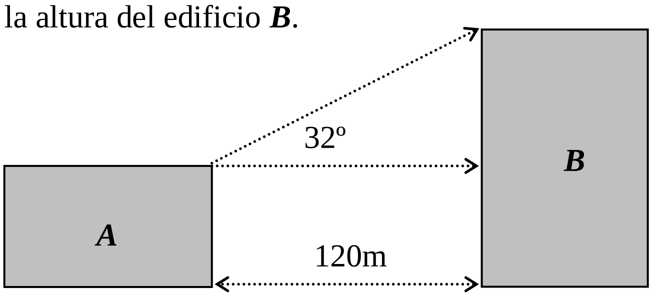
a)



b)



14. La distancia entre los edificios ***A*** y ***B*** es de 120m. Si el edificio ***A*** mide 98m de altura y el ángulo de elevación desde el punto más alto del edificio ***A*** al punto más alto del edificio ***B*** es de 32º. Calcular, aproximadamente, la altura del edificio ***B***.



<u>**Respuestas Práctica 3** (Trigonometría)</u>

11. $x=12$, $\cos\beta = 5/13$, $sen\alpha = 5/13$, $tg\beta = 5/12$ y $tg\alpha = 5/12$.

12. **a)** $\alpha = 30^o$, $x = 2\sqrt{3}$, $y=\sqrt{3}$, $perímetro = 3\sqrt{3}+3$, $área = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

b) $\alpha = 45^o$, $x = 2\sqrt{2}$, $y = 2\sqrt{2}$, $perímetro = 4\sqrt{2}+4$, $área = 4$.

c) $x=10$, $\alpha \cong 53^o 7' 48''$ $\beta \cong 26^o 52' 12''$, $perímetro = 24$, $área = 24$.

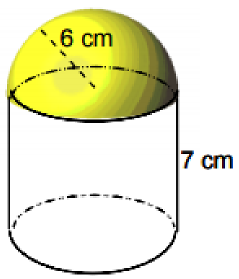
13. **a)** $x = 10\sqrt{5-2\sqrt{3}} \cong 12,39; \alpha \cong 23^o 48'$ **b)** $x = 7\sqrt{2} \cong 9,90; \alpha \cong 98^o 7' 48''$

14. Aproximadamente 173m.

Cuerpos

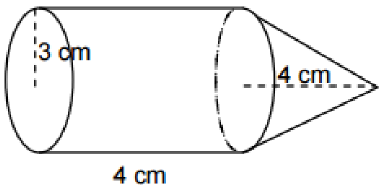
15. Calcular el volumen de estas figuras (y el área, en el caso de la primera):

a)



(Sol: A ≅ 603,19 cm²; V ≅ 1244.07 cm³)

b)



(Sol: V ≅ 150,80 cm³)

16. (*) Dibujar una pirámide cuadrangular regular recta de base 6 cm y apotema 8 cm. Hallar: altura, superficie y volumen. *(Soluc: 5 cm; 60 cm³; 132 cm²)*

17. (*) Dibujar una pirámide hexagonal regular recta de base 6 cm y apotema lateral 12 cm. Hallar su altura, área y volumen. *(Soluc: h ≅ 6,08 cm; A ≅ 189,64 cm²; V ≅ 309,53 cm³;)*

18. (*) Dibujar una pirámide hexagonal regular recta de base 3 m y arista lateral 6 m. Hallar su apotema lateral, altura, área y volumen. *(Soluc: a ≅ 5,81 m; h ≅ 5,20 m; A ≅ 75,67 m²; V ≅ 121,48 m³)*

Problemas de aplicación de volúmenes y áreas:

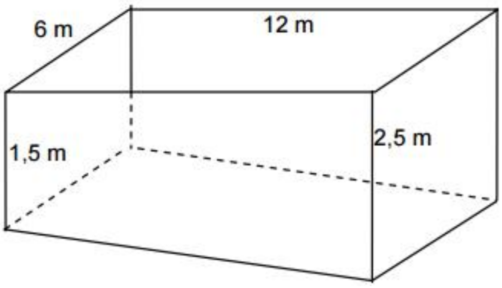
19. Calcular el volumen y la superficie de la Tierra, teniendo en cuenta que su radio medio es de aproximadamente 6371 km. *(Soluc: V ≅ 1,0832x10¹² km³; S ≅ 5,1006x10⁸ km²;)*

20. Hallar el volumen de las torres Kio, sabiendo que su base es un cuadrado de 35 m de lado, y la altura es de 114 m. *(Soluc: 139 650 m³)*

21. Se desea pintar las paredes y el techo de un salón de planta 12 x 7 m, y altura 3,5 m. Sabiendo que dispone de dos puertas de 1 x 2 m, y tres ventanales de 2 x 2 m, ¿cuánta superficie habrá que pintar? (Hacer un dibujo explicativo) Si disponemos de botes de pintura para 25 m², ¿cuántos botes necesitaremos? *(Soluc: 159 m²; 7 botes)*

22. Hallar el volumen de un cubo de Rubik de 8 cm de arista. Hallar también el de una de sus piezas. *(Soluc: 512 cm³; ≅ 18,96 cm³)*

23. Hallar la capacidad, en m³, de la piscina de la figura. (Dato: 1 m³ = 1 000 l) *(Soluc: 144 000 l)*



ALFONSO GONZÁLEZ - I.E.S. FERNANDO DE MENA-MADRID

C.P.U. MATEMATICA
Práctica 4
Vectores

1. Sean $u=(-1,3)$, $v=(2,-5)$, $w=(3,0)$ y $t=(0,-2)$.

a) Graficar u, v, w y t.

b) Calcular y graficar:

i. $-v$ **ii.** $2u+v$ **iii.** $u-2v+3t$ **iv.** $\frac{2}{3}u+2(v-w)$ **v.** $2(v-2t)-\frac{3}{4}(u+3w)$

2. Si $u=(3,-4)$, $v=(-3,0)$ y $w=(5,1)$, calcular la longitud de los vectores:

a) u, v y w **b)** $u+v$ y $u-w$ **c)** $2u$ y $-3u$

3. En cada caso, determinar todos los valores de k para que:

a) $\|u\|=3$ si $u=(-1,k)$ **b)** $\|v\|=13$ si $v=(k-3,5)$ **c)** $\|w\|=1$ si $w=k(-4,3)$

4. Dibujar un sistema de vectores (que representen fuerzas) y determinar analítica y gráficamente (método de la poligonal) la resultante y la equilibrante del sistema.

5. Descomponer un vector en dos direcciones ortogonales entre sí.

Respuestas Práctica 4

1. b) i. $-v=(-2,5)$ **ii.** $2u+v=(0,1)$ **iii.** $u-2v+3t=(-5,7)$

iv. $\frac{2}{3}u+2(v-w)=\left(-\frac{8}{3},-8\right)$ **v.** $2(v-2t)-\frac{3}{4}(u+3w)=\left(-2,-\frac{17}{4}\right)$

2. a) $\|u\|=5, \|v\|=3, \|w\|=\sqrt{26}$. **b)** $\|u+v\|=4$, $\|u-w\|=\sqrt{29}$. **c)** $\|2u\|=10, \|-3u\|=15$.

3. a) $k=-\sqrt{8}$ ó $k=\sqrt{8}$. **b)** $k=-9$ ó $k=15$. **c)** $k=-\frac{1}{5}$ ó $k=\frac{1}{5}$.