

## MATEMÁTICA – CPU

## Práctica 6

MÓDULO – ECUACIONES E INECUACIONES – FUNCIÓN MÓDULO  
COMPOSICIÓN DE FUNCIONES – FUNCIÓN INVERSA

## I. Módulo. Ecuaciones e inecuaciones.

1. Calcular:

a)  $|4 - 7| - 8 =$

b)  $5|3 - 8| - 4|8 - 3| =$

c)  $|4 - 3|5 - 7| - 5 =$

2. Resolver las siguientes ecuaciones en  $R$ .

a)  $|x| = 5$

b)  $|2x - 3| = 7$

c)  $|3x - 5| = -4$

d)  $|3x - 7| - 6 = |4 - 7| + 2$

e)  $3|x - 4| - 8 = 1$

f)  $|x - 8| = |2x - 5|$

g)  $|2x - 8| = |6 - 2x|$

h)  $2|3 - 4x| - 5 = |7 - 2|$

3. Resolver las siguientes inecuaciones en  $R$  y representar en la recta numérica las soluciones y escribirlas como un intervalo o unión de intervalos.

a)  $|x| < 3$

b)  $|2x - \frac{1}{3}| \leq 2$

c)  $|x| \geq 4$

d)  $|3x + 5| > 7$

e)  $|\frac{1}{3}x - 4| < \frac{1}{2}$

f)  $|\frac{3}{2}x - 1| \geq 1$

g)  $|-2x + 1| \leq 1$

h)  $3|5 - 2x| - 6 \geq 2 + |3 - 7|$

i)  $|4x - 3| \leq -2$

j)  $|\frac{2}{3}x - 1| \leq 0$

k)  $|4x + 5| > -2$

l)  $|4x + 5| > 0$

m)  $3 - |3x - 2| \leq -7|3 - 4|$

n)  $|\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - 2x + \frac{x}{2}| < 1$

4. Dados  $A = \{x \in R / |2x - 3| > 5\}$  y  $B = \{x \in R / -3x + 4 \leq -|3 - 5|\}$ , representar en la recta y escribir como un intervalo o como unión de intervalos a cada uno de los siguientes conjuntos:

a)  $A$

b)  $B$

c)  $A \cap B$

d)  $A \cup B$

e)  $A - B$

f)  $B - A$

5. Ídem 4. para  $A = \{x \in R / |-2x + 2| < 5\}$  y  $B = \{x \in R / |3x + 1| \geq 1\}$ 6. a) Hallar todos los  $b \in R$  de manera que  $x = 0$  satisfaga  $|-2x + b| > 2$ .b) Hallar todos los  $a \in R$  de manera que  $x = 2$  **no** satisfaga  $|3x - a| \geq 1$ .

## II. Función módulo.

7. A partir del gráfico de  $f(x) = |x|$  graficar las siguientes funciones:

g(x) =  $|x| + 1$

h(x) =  $|x - 2|$

i(x) =  $|x - 2| + 1$

j(x) =  $|x - 1| - 3$

k(x) =  $-|x| + 1$

l(x) =  $2 - |x - 4|$

8. Sea  $f(x) = |x - 3| - 2$ .

a) Graficar indicando vértice y puntos de intersección con los ejes.

b) Hallar  $C^0, C^+, C^-$ , intervalos de crecimiento y decrecimiento e imagen de  $f$ .c) Hallar  $B = \{x / f(x) \geq 4\}$ .

9. Idem 8. para  $f(x) = -|x + 4| + 1$ .

10. Sea  $f : [-3, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = |x + 2| - 3$

- a) Graficarla aproximadamente indicando vértice e intersecciones con los ejes.
- b) Hallar  $C^0, C^+, C^-$ , e imagen de  $f$ .

11. Hallar dominio de  $f$  y los puntos de corte del gráfico de  $f$  con los ejes.

a)  $f(x) = \sqrt{2 - |2x - 1|}$       b)  $f(x) = \frac{\sqrt{|2x + 1|} - 1}{x^2 - 1}$       c)  $f(x) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{|2x - 1|}$

### III. Composición de funciones.

12. Dadas las siguientes funciones:

$$f(x) = 3x - 5 \qquad g(x) = x^2 + x \qquad h(x) = \frac{1}{x}$$

$$i(x) = |x + 2| \qquad j(x) = x^3 \qquad k(x) = \sqrt{x + 6}$$

Calcular:

- a)  $f(g(2))$       b)  $k(h(1/3))$       c)  $f(i(x))$       d)  $(i \circ f)(x)$
- e)  $(k \circ g \circ f)(1)$       f)  $(j \circ k)(x)$       g)  $(f \circ f)(x)$

13. La relación entre grados Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) y grados Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ) está dada por la siguiente función lineal,  $f : ^{\circ}\text{C} \rightarrow ^{\circ}\text{F}$  donde  $f(x) = 1,8x + 32$ .

La función  $g(x) = x - 273$  expresa la temperatura en grados Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ), conocida la misma en grados Kelvin ( $^{\circ}\text{K}$ ), o sea,  $g : ^{\circ}\text{K} \rightarrow ^{\circ}\text{C}$ .

Encontrar la función que dada una temperatura en grados Kelvin la averigua en grados Fahrenheit.

14. Sean  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$  y  $g(x) = x - 1$ .

- a) Hallar la expresión de  $f \circ g$  y su dominio.
- b) Resolver  $(f \circ g)(x) = 0$

### IV. Función inversa.

15. Calcular las inversas de las siguientes funciones y encontrar su dominio. Graficar las funciones y sus inversas en un mismo par de ejes.

- a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 2x + 1$       b)  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $g(x) = -3x + 2$
- c)  $h : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $h(x) = x^2$       d)  $k : (-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $k(x) = x^2$

16. Como vimos en el ejercicio 15, la función  $f(x) = 1,8x + 32$  expresa la temperatura en grados Fahrenheit, conocida la misma en grados Celsius. ¿Con qué función se obtiene la temperatura en grados Celsius si se la conoce en grados Fahrenheit? Hallar la expresión de dicha función.

17. Hallar la función lineal  $f$  si se sabe que  $f(-1) = -3$  y  $f^{-1}(5) = 3$ .

18. Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función que tiene como función inversa a  $f^{-1}(x) = a\sqrt[3]{x+1} + b$ .

Hallar  $a$  y  $b$  reales si se sabe que  $f^{-1}(7) = 4$  y  $f(-2) = 0$ .

**Más ejercicios...**

19. Sea  $f(x) = |x+1| - 4$ .

- a) Graficar, indicando el vértice y puntos de intersección con los ejes.
- b) Hallar conjunto de negatividad, intervalo de crecimiento e imagen de  $f$ .
- c) Escribir como un intervalo o unión de intervalos al conjunto  $A = \{x \in \mathbb{R} / 2f(x) - 3 \leq 7\}$ .

20. Dada  $f(x) = \frac{2}{1-|x-5|}$ ,

- a) hallar el dominio de  $f$ .
- b) Hallar los valores de  $x$  en el dominio de  $f$  para los cuales resulta  $f(x) < 0$ .

21. Dadas  $f(x) = \sqrt{|x|-7}$  y  $g(x) = 2x+1$ , encontrar el dominio de  $f \circ g$ .

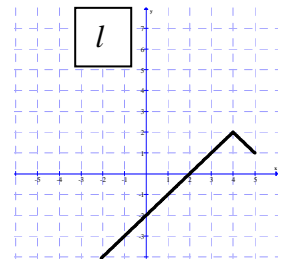
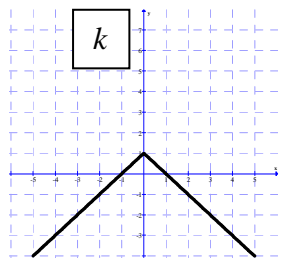
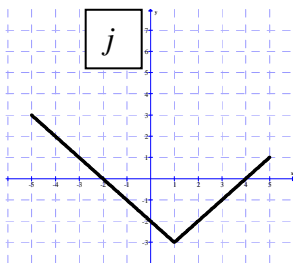
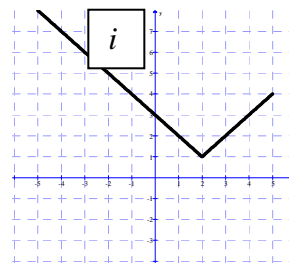
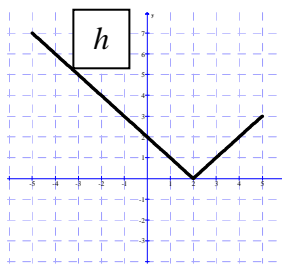
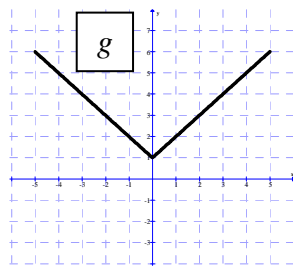
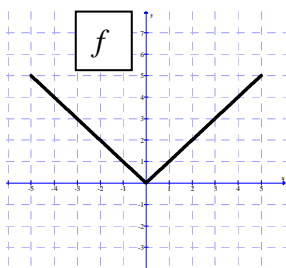
22. Sean  $f(x) = 2x-3$  y  $g(x) = \frac{8}{x^2+a}$ . Hallar  $a$  para que  $(f \circ g)(-1) = 5$  y calcular  $(g \circ g)(-1)$ .

23. Dada  $f(x) = \sqrt{x^2+k}$ , determinar  $k \in \mathbb{R}$  si se sabe que  $4f^{-1}(2) - 9 = 3$ .

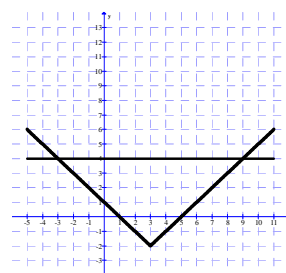
**Respuestas**

1. a) -5      b) 5      c) -3
2. a)  $S = \{-5; 5\}$       b)  $S = \{-2; 5\}$       c)  $S = \emptyset$       d)  $S = \{-4/3; 6\}$   
 e)  $S = \{1; 7\}$       f)  $S = \{-3; 13/3\}$       g)  $S = \{7/2\}$       h)  $S = \{-1/2; 2\}$
3. a)  $S = (-3, 3)$       b)  $S = \left[-\frac{5}{6}, \frac{7}{6}\right]$       c)  $S = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$       d)  $S = (-\infty, -4) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$   
 e)  $S = \left(\frac{21}{2}, \frac{27}{2}\right)$       f)  $S = (-\infty, 0] \cup \left[\frac{4}{3}, +\infty\right)$       g)  $S = [0, 1]$       h)  $S = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{9}{2}, +\infty\right)$   
 i)  $S = \emptyset$       j)  $S = \{3/2\}$       k)  $S = \mathbb{R}$       l)  $S = \mathbb{R} - \left\{-\frac{5}{4}\right\}$   
 m)  $S = \left(-\infty, -\frac{8}{3}\right] \cup [4, +\infty)$       n)  $S = \left(-\frac{4}{27}, \frac{4}{27}\right)$
4. a)  $A = (-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$       b)  $B = [2, +\infty)$       c)  $A \cap B = (4, +\infty)$   
 d)  $A \cup B = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$       e)  $A - B = (-\infty, -1)$       f)  $B - A = [2, 4)$
5. a)  $A = \left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$       b)  $B = \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup [0, +\infty)$       c)  $A \cap B = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}\right] \cup \left[0, \frac{7}{2}\right)$   
 d)  $A \cup B = \mathbb{R}$       e)  $A - B = \left(-\frac{2}{3}, 0\right)$       f)  $B - A = \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{7}{2}, +\infty\right)$
6. a)  $b \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$       b)  $a \in (5, 7)$

7.

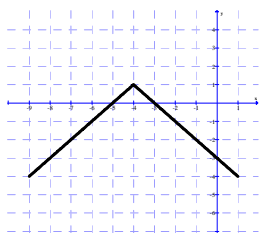


8.



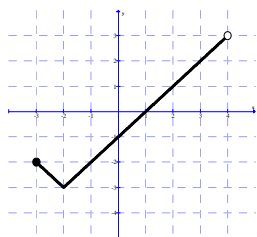
- a) vértice  $V = (3, -2)$   
 puntos de corte con eje  $x$ :  $(1, 0)$  y  $(5, 0)$   
 punto de corte con eje  $y$ :  $(0, 1)$
- b)  $C^o = \{1, 5\}$ ;  $C^+ = (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$ ;  $C^- = (1, 5)$   
 crece en  $(3, +\infty)$ , decrece en  $(-\infty, 3)$ .  $Im(f) = [-2, +\infty)$
- c)  $B = (-\infty, -3] \cup [9, +\infty)$

9.



- a) vértice  $V = (-4, 1)$   
 puntos de corte con eje  $x$ :  $(-5, 0)$  y  $(-3, 0)$   
 punto de corte con eje  $y$ :  $(0, -3)$
- b)  $C^o = \{-5, -3\}$ ;  $C^+ = (-5, -3)$ ;  $C^- = (-\infty, -5) \cup (-3, +\infty)$   
 crece en  $(-\infty, -4)$ , decrece en  $(-4, +\infty)$ .  $Im(f) = (-\infty, 1]$
- c)  $B = \emptyset$

10.



- a) vértice  $V = (-2, -3)$   
 punto de corte con eje  $x$ :  $(1, 0)$   
 punto de corte con eje  $y$ :  $(0, -1)$
- b)  $C^o = \{1\}$ ;  $C^+ = (1, 4)$ ;  $C^- = [-3, 1)$ ;  $Im(f) = [-3, 3)$

11. a)  $Dom(f) = \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ , puntos de corte con eje  $x$ :  $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$  y  $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ , punto de corte con eje  $y$ :  $(0, 1)$

b)  $Dom(f) = (-\infty, -1) \cup [0, 1) \cup (1, +\infty)$ , punto de corte con eje  $x$ :  $(0, 0)$ , punto de corte con eje  $y$ :  $(0, 0)$

c)  $Dom(f) = [-1, 1] - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ , puntos de corte con eje  $x$ :  $(-1, 0)$  y  $(1, 0)$ , punto de corte con eje  $y$ :  $(0, 1)$

12. a)  $f(g(2)) = f(6) = 13$

b)  $k(h(1/3)) = k(3) = 3$

c)  $f(i(x)) = f(|x+2|) = 3|x+2| - 5$

d)  $(i \circ f)(x) = |3x - 3|$

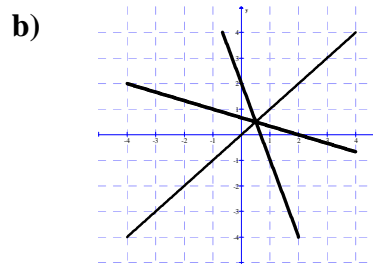
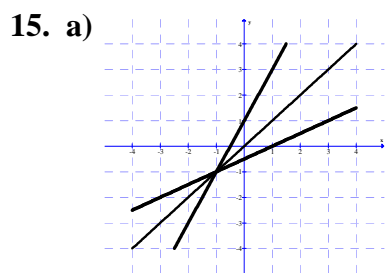
e)  $(k \circ g \circ f)(1) = k(g(f(1))) = k(g(-2)) = k(2) = \sqrt{8}$

f)  $(j \circ k)(x) = j(\sqrt{x+6}) = (\sqrt{x+6})^3$

g)  $(f \circ f)(x) = f(3x - 5) = 9x - 20$

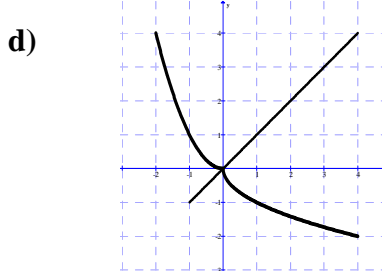
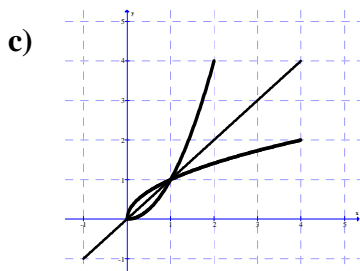
13.  $h : {}^o C \rightarrow {}^o K$ ,  $h(x) = (f \circ g)(x) = 1,8x - 459,4$

14. a)  $(f \circ g)(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ ,  $Dom(f \circ g) = [0, +\infty) - \{1\}$  b)  $S = \{0\}$



$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ,  $Dom(f^{-1}) = \mathbb{R}$

$g^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ,  $Dom(g^{-1}) = \mathbb{R}$



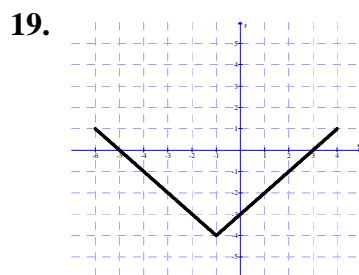
$h^{-1}(x) = \sqrt{x}$ ,  $Dom(h^{-1}) = [0, +\infty)$

$k^{-1}(x) = -\sqrt{x}$ ,  $Dom(k^{-1}) = [0, +\infty)$

16.  $f^{-1}(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$

17.  $f(x) = 2x - 1$

18.  $a = 6$  y  $b = -8$



- a) vértice  $V = (-1, -4)$   
punto de intersección con eje  $x$ :  $(3, 0)$  y  $(-5, 0)$   
punto de corte con eje  $y$ :  $(0, -3)$
- b)  $C^- = (-3, 5)$ ; crece en  $(-1, +\infty)$   $Im(f) = [-4, +\infty)$
- c)  $A = [-10, 8]$

20. a)  $Dom(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{4, 6\}$  b)  $x \in (-\infty, 4) \cup (6, +\infty)$

21.  $(f \circ g)(x) = \sqrt{|zx+1|-7}$ ,  $Dom(f \circ g) = (-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$

22.  $a = 1$ ;  $(g \circ g)(-1) = 8/17$

23.  $k = -5$